

Auxiliar 3 - Técnicas de Análisis y Diseño

CC4102/CC53A - Diseño y Análisis de Algoritmos
Profesor: Pablo Barceló Auxiliar: Miguel Romero

03 de Abril del 2014

1. Considere el problema *fractional Knapsack*: Dado n objetos, con valores v_1, \dots, v_n , pesos w_1, \dots, w_n , y un número W , se desea encontrar fracciones x_1, \dots, x_n tal que $\sum_i x_i v_i$ sea máximo, sujeto a que $\sum_i x_i w_i \leq W$. Diseñe un algoritmo greedy para este problema que use tiempo $O(n \log n)$.
2. Considere un árbol binario completo de n nodos. Una vez en un nodo, se entra al i -ésimo hijo con probabilidad $q_i \geq 1/2$, para $i \in [1, 2]$. Se desea analizar la cantidad de hojas a la que llega el algoritmo:
 - (a) Dé una recurrencia que describa la cantidad de hojas a las que se llega en promedio, cuando se parte de la raíz de un árbol binario completo de n nodos.
 - (b) Demuestre que el total de hojas a las que se llega es $O(n^\alpha)$, y halle una fórmula, en función de q_1 y q_2 , que determine α . Verifique que α está entre 0 y 1, y determine cómo deben ser q_1 y q_2 en los casos extremos.
3. Se desea analizar el costo promedio de *insertion sort*:
 - (a) Sea $A[1, n]$ un arreglo de n números distintos. Si $i < j$ y $A[i] > A[j]$, entonces decimos que el par (i, j) es una *inversión* de A . Supongamos que los elementos de $A[1, n]$ vienen dados por una permutación aleatoria π de $\{1, \dots, n\}$. Calcule la cantidad esperada de inversiones en $A[1, n]$.
 - (b) Utilice la parte anterior para demostrar que el costo promedio de *insertion sort* es $\Theta(n^2)$.