

CC3101-1 - Matemáticas Discretas para la Computación**Profesor:** Pablo Barceló**Auxiliar:** ~~Christian von Borries~~ Nicolás Sanhueza**Auxiliar N°10**

25 de junio de 2014

- P1.** Sea $G = (V, E)$ un grafo simple y conexo. Una arista $e \in E$ se dice *punte* si es que el grafo $G - e := (V, E \setminus \{e\})$ es disconexo.
- (a) Muestra que G tiene un ciclo si y sólo si existe una arista que no es un puente.
 - (b) Muestra que una arista es puente si y sólo si está en todo árbol cobertor de G .
- P2.** La pelota Telstar fue creada para la Copa Mundial de Fútbol de México 1970 y hasta el día de hoy se le asocia como el diseño más clásico y recordado para una pelota de fútbol. Consiste en parches que son hexágonos o pentágonos y que están dispuestos de forma tal que cada vértice es vecino de exactamente tres parches. ¿Cuántos pentágonos tiene?



Figura 1: Una pelota de fútbol.

- P3.** Muestra que existen infinitos primos de la forma $6n + 5$.
- P4.** Los números de Fibonacci están definidos por la recurrencia $F_0 = 0, F_1 = 1$ y $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ para $n \geq 2$. Sea $k \geq 1$ cualquiera. Muestra que existe un número de Fibonacci (distinto de 0) divisible por k .
- P5.** La función $\text{fusc} : \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$ fue descubierta por Dijkstra en 1976. Se define de manera recursiva como

$$\text{fusc}(n) = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 1 \\ \text{fusc}(k) & \text{si } n = 2k > 1 \\ \text{fusc}(k) + \text{fusc}(k+1) & \text{si } n = 2k+1 > 1 \end{cases}.$$

Muestra que $\text{fusc}(n)$ es par si y sólo si n es divisible por 3.