

PROGRAMA DE CURSO

Código	Nombre			
MA5503	Introducción a la Dinámica Simbólica			
Nombre en Inglés				
Introduction to symbolic dynamics				
SCT	Unidades Docentes	Horas de Cátedra	Horas Docencia Auxiliar	Horas de Trabajo Personal
6	10	4,0	2,0	4,0
Requisitos			Carácter del Curso	
MA3801 Análisis			Electivo	
Resultados de Aprendizaje				
<p>El objetivo de este curso es entregar a los alumnos los elementos básicos de la teoría moderna y creciente de los sistemas dinámicos simbólicos, una parte importante del área de sistemas dinámicos.</p> <p>En particular se estudiarán las clases de subshifts de tipo finito y los sistemas sóficos en una dimensión con su amplia teoría (representaciones, morfismos, invariantes, clasificación etc.) y con sus aplicaciones en los sistemas dinámicos generales, en la teoría de codificación como en la teoría de los autómatas celulares y los embaldosados. También se mostrará ejemplos y propiedades de otros tipos de subshifts como shifts sincronizados y codificados o shifts minimales dado por una sustitución cuya teoría todavía está en desarrollo. Además se incluirá una introducción a la teoría joven de los subshifts multidimensionales que ha crecido fuertemente durante los últimos años pero que todavía presenta muchas preguntas abiertas. Al final del curso se elegirá un tópico especial (por ejemplo estudiando más en detalle los sistemas que vienen de una sustitución, los shifts de Markov sobre un alfabeto numerable, los shifts multidimensionales o los sistemas de embaldosados).</p> <p>Los alumnos comprenderán los tópicos principales de la dinámica simbólica, desarrollarán sus habilidades analíticas y profundizarán sus conocimientos en el área de sistemas dinámicos generales.</p>				

Metodología Docente	Evaluación General
Clases expositivas y presenciales de cátedra.	2 ó 3 controles parciales y un examen final.
Clases auxiliares de exposición de problemas y de resolución de problemas guiados.	Tareas para complementar la evaluación.

Resumen de Unidades Temáticas

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
1	Los sistemas dinámicos simbólicos - definiciones básicas	1,5
2	Teoría de los subshifts de tipo finito (SFTs)	3
3	Teoría de los subshifts sóficos	2,5
4	El problema de clasificación de los subshifts de tipo finito - invariantes, conjugación y equivalencia (fuerte) del shift	3
5	Códigos entre subshifts - factores y embeddings	3
6	Tópicos especiales (varias posibilidades; a elegir una)	2
	TOTAL	15

Unidades Temáticas

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
1	Los sistemas dinámicos simbólicos - definiciones básicas	1,5
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
<p>Sistemas simbólicos, espacios del shift con su topología de cilindros, full shifts y subshifts con su acción, lenguaje de un shift, caracterización de shifts como sistemas dinámicos topológicos</p> <p>Homomorfismos entre subshifts (códigos de la ventana deslizante, caracterización por el Teorema de Curtis-Hedlund-Lyndon), nociones de factor, embedding (inyección) y de la conjugación topológica</p> <p>Primeros ejemplos (shifts de tipo finito, shifts sóficos, sistemas sincronizados y codificados, sistemas sustitutivos y minimales de tipo Sturmiano y Toeplitz etc.)</p>	<p>La primera parte del curso presentará los sistemas dinámicos simbólicos con sus propiedades y definiciones principales.</p> <p>Los estudiantes conocerán las nociones básicas de la dinámica simbólica. Se espera que los alumnos se familiarizarán con los sistemas del shift, con su topología y con varias clases de ejemplos que servirán como motivación para estudiar más en detalle algunas de ellas.</p>	<p>Béal Denker-G-S Fogg Kitchens Lind-M</p>

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
2	Teoría de los subshifts de tipo finito (SFTs)	3
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
<p>Definición de los shifts de tipo finito (SFTs), M-paso, caracterización por palabras sincronizantes y como sistemas dinámicos topológicos</p> <p>Sus presentaciones a través de grafos finitos dirigidos como shifts de vértices y shifts de arcos; método de separación de estados y las presentaciones higher-bloque y higher-power</p> <p>Primeras invariantes de conjugación (puntos periódicos, función de zeta, entropía, grupo de automorfismos, medida de Parry)</p> <p>Shifts de tipo finito irreducibles y mezcladores; descomposición en componentes irreducibles y período del shift</p> <p>Relación entre SFTs y los sistemas dinámicos que tienen particiones de Markov, automorfismos Axiom A</p> <p>Aplicaciones a la codificación de datos en discos duros, CDs/DVDs</p>	<p>Se desarrollarán los elementos básicos de la amplia teoría de los shifts de tipo finito en una dimensión, mostrando los resultados principales cuales se contrastarán con el caso multidimensional donde aún no existe una teoría global. Además se motivará la importancia de esta clase de subshifts viendo su origen en los sistemas dinámicos con particiones de Markov y sus aplicaciones.</p> <p>Se espera que el estudiante comprenda los elementos centrales de esta teoría. En particular se requiere que un alumno maneje bien las distintas definiciones de un shift de tipo finito con sus propiedades específicas. Además debe reconocer las caracterizaciones y las presentaciones de un SFT tanto como poder calcular sus invariantes.</p>	<p>Denker-G-S Kitchens Lind-M</p>

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
3	Teoría de los subshifts sóficos	2,5
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
<p>Definición de los shifts sóficos con sus representaciones por grafos finitos dirigidos y etiquetados; caracterización por sus lenguajes y por el número de conjuntos de seguidores</p> <p>Extensión canónica mínima de</p>	<p>En esta tercera parte del curso se conocerá la clase de shifts sóficos los cuales son una generalización de los SFTs. En particular se mostrarán maneras distintas de caracterizar esta clase de shifts y se estudiarán sus</p>	<p>Béal Kitchens Lind-M</p>

<p>Krieger y de Fischer, invariantes (irreducibilidad, entropía, función de zeta)</p> <p>Operaciones de producto, unión y intersección de sistemas sóficos</p> <p>Aplicaciones a la codificación de datos</p>	<p>presentaciones canónicas y otras invariantes de la conjugación topológica.</p> <p>El alumno debe comprender los resultados y teoremas sobre los shifts sóficos junto con las demostraciones vistas en clase, pudiendo aplicarlos y/o generalizarlos por si mismo. Además se espera que él domine los algoritmos para el manejo de las distintas presentaciones de un shift sófico.</p>	
---	---	--

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
4	El problema de la clasificación de los SFTs - invariantes, conjugación y equivalencia (fuerte) del shift	3
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
<p>Conjugaciones elementales de un SFT, Teorema de descomposición de Williams</p> <p>Equivalencia del shift y equivalencia fuerte del shift, ejemplo de Kim-Roush</p> <p>Invariantes (forma de Jordan fuera del cero, grupo de Bowen-Franks y clasificación respecto a equivalencia de flujo, grupo de dimensión de Krieger)</p>	<p>El objetivo de esta unidad es estudiar la pregunta - aún abierta - de cuándo dos SFTs unidimensionales están conjugados entre si. Este problema importante surgió en los años 1970s y desde entonces ha producido muchas herramientas, técnicas e invariantes muy finas para distinguir SFTs sin finalmente poder resolver por completo su clasificación.</p> <p>El alumno profundizará sus conocimientos de la teoría de los SFTs, cuyos elementos básicos se introdujeron en el módulo 2 del curso. Se espera que el estudiante adquiera conocimientos avanzados de los conceptos e invariantes presentados y que sea capaz de desarrollar por si mismo ejemplos y corolarios.</p>	<p>Kitchens Lind-M</p>

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
5	Códigos entre subshifts - factores y embeddings	3
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
<p>Clases de factores (resolventes o cerrados, factores de preimagen acotada, finito-a-1 y infinito-a-1, noción de grado), factores que preservan la entropía, factores casi-invertibles y la noción de casi-conjugación</p> <p>Factores y subsistemas: Técnica de marcadores, Teorema de inyección (embedding) de Krieger, Teoremas de factorización entre sistemas (SFTs) de igual entropía de Marcus y de entropía inferior de Boyle</p>	<p>Se desarrollará la teoría de morfismos entre subshifts, enfocándose a los códigos factores de distintos tipos con sus propiedades y las relaciones entre ellos. En adelante se discutirán las preguntas cuándo un SFT es factor o subsistema de otro SFT.</p> <p>El estudiante asimila los conceptos de los distintos tipos de morfismos entre dos subshifts. Se espera que él comprenda los resultados vistos, maneje la técnica de construir marcadores y que sea capaz de aplicar el material llevando a cabo generalizaciones de dificultad razonable.</p>	Kitchens Lind-M

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
6	Tópicos especiales (varias posibilidades)	2
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
<p>Tópicos especiales:</p> <p>Shifts de Markov sobre un alfabeto numerable, subshifts no compactos</p> <p>Subshifts codificados con lenguajes no regulares, subshifts de conteo y de renovación</p> <p>Subshifts lineales y/o algebraicos sobre un alfabeto que es un grupo (abeliano), clasificación de Kitchens en una dimensión y resultados en dimensiones mayores</p>	<p>Esta última parte del curso se destinará a mostrar algunos problemas abiertos y líneas de la investigación actual en la dinámica simbólica.</p> <p>El estudiante aprenderá un tema contemporáneo de la dinámica simbólica para darle la posibilidad de poder seguir después con una memoria o tesis.</p>	Fogg Kitchens Lind-M

<p>Subshifts multidimensionales de tipo finito y/o sóficos (profundizando esta teoría, resultados recientes, diferencias al caso unidimensional)</p> <p>Subshifts dados por una sustitución, sistemas minimales, diagrama de Bratteli, teoría espectral, Teorema de Mozes</p> <p>Teoría de los embañosados</p>		
--	--	--

Bibliografía
<p>Como material suplementario se sugieren los libros siguientes (los más recomendables están marcados con un (!)):</p> <ul style="list-style-type: none"> • M.-P. Béal: Codage Symbolique • M. Denker, C. Grillenberger, K. Sigmund: Ergodic Theory on Compact Spaces (!) • N.P. Fogg: Substitutions in Dynamics, Arithmetics and Combinatorics • B. Kitchens: Symbolic Dynamics (!) • D. Lind, B. Marcus: Introduction to Symbolic Dynamics and Coding (!)

Vigencia desde:	Primavera 2011 (en adelante)
Elaborado por:	Programa desarrollado y escrito por Michael Schraudner