

MA4701-1 - Optimización Combinatorial

Profesor: José Soto

Auxiliares: Nicolás Sanhueza - Christian von Borries

**Auxiliar N°2**

29 de agosto de 2013

P1) Analice la complejidad de BFS. He aquí su pseudocódigo:**Algoritmo 1** BFS(G, v)

```

 $S \leftarrow \{v\}$ 
 $V(T) \leftarrow \{v\}$ 
 $E(T) \leftarrow \emptyset$ 
while  $S \neq \emptyset$  do
   $x \leftarrow$  el primer elemento de  $S$ 
  borrar  $x$  de  $S$ 
  for  $y \in N(x)$  do
    if  $y \notin V(T)$  then
       $S \leftarrow S \cup \{y\}$ 
       $V(T) \leftarrow V(T) \cup \{y\}$ 
       $E(T) \leftarrow E(T) \cup \{xy\}$ 
    end if
  end for
end while
return ( $V(T), E(T)$ )

```

P2) Sea $G = (V, E)$ un grafo conexo y $w: E \rightarrow \mathbb{R}$ una función de peso. Pruebe los siguientes criterios de optimalidad de árboles generadores de peso mínimo:

- Pruebe que si T es árbol generador de G , entonces T es de peso mínimo ssi para todo arco e en T se tiene que para todo arco f en el corte formado por quitar e de T , $w(e) \leq w(f)$.
- Pruebe que si T es árbol generador de G , entonces T es de peso mínimo ssi para todo arco $f = uv$ que no está en T y cualquier arco e en el (u, v) -camino de T , $w(e) \leq w(f)$.
- Sean T_1 y T_2 dos árboles generadores de peso mínimo de un grafo conexo G . Sea L_1 la lista de pesos de T_1 y L_2 la lista de pesos de T_2 ambas ordenadas por peso en forma creciente. Entonces $L_1 = L_2$.

P3) Dado G grafo conexo y $w: E \rightarrow \mathbb{R}$ una función de peso, considere el siguiente algoritmo para encontrar un árbol generador de peso mínimo, que llamaremos KRUSKAL-REVERSO:**Algoritmo 2** KRUSKAL-REVERSO

```

Tomar  $S := E$ , ordenado en orden decreciente de  $w(e)$ .
while  $(V, S)$  tiene ciclos do
  quitar  $e$  de  $S$  de peso máximo que al ser quitado no desconecte  $(V, S)$ 
end while
return  $(V, S)$ 

```

Muestre que el algoritmo retorna un árbol generador de peso mínimo y analice su complejidad.

P4) Sea G grafo conexo, $w: E \rightarrow \mathbb{R}$ función de peso y sea H el subgrafo obtenido por unir todos los árboles de peso mínimo. Escriba un algoritmo que determina H en $O(|V||E|)$.