

**MA2002-4** Cálculo Avanzado y Aplicaciones

**Profesor:** Hector Ramirez C.

**Auxiliares:** Gustavo Estay, Felipe Salas

## Auxiliar N° 2

**P1** Coordenadas parabólicas:

a) Considere la superficie  $S \subset \mathbb{R}^3$  formada por los puntos del casquete esférico unitario que están por encima del plano  $z = 2y$ . Es decir,  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 2y\}$ .

(a) Bosqueje  $S$  y encuentre una parametrización regular de esta superficie.

(b) Calcule el flujo del campo

$$\vec{F}(x, y, z) = (x + y^2 + z^2)\hat{i} + (e^{-x^2} - 2)\hat{j} + (2e^{-x^2} + 1)\hat{k}$$

sobre la superficie  $S$  orientada con la normal exterior a la esfera.

**P2** Calcule el flujo del campo

$$\vec{F}(x, y, z) = (x \sin(z) + y^2, z^3 - y, x^2 + \cos(z))$$

a través de la superficie  $S$  formada por el manto del cono  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $z \leq 2$  (orientado hacia afuera del manto del cono) y el anillo  $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$ ,  $z = 2$  (orientado hacia arriba).

Hint: Teorema de Gauss.

**P3** a) Sea  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = 1 - x^2 - y^2, z \geq 0\}$ . Calcule el flujo del campo  $F = yz\hat{i} + xz\hat{j} + xy\hat{k}$ , que sube a través de la superficie  $S$ .

b) Calcule  $\iint_S x dS$ , donde  $S$  es el triángulo de vértices  $(1, 0, 0)$ ,  $(0, 1, 0)$ , y  $(0, 0, 1)$ .