

Auxiliar #ExtraMA1102-6 Álgebra Lineal. : Examen

Profesor: Alejandro Maass

Auxiliar: Martín Castillo

P1. Considere la cónica de ecuación:

$$(1+a)x^2 + (1+a)y^2 + 2(1-a)xy = 2, \quad a \in \mathbb{R}.$$

Identifique la cónica resultante en función del parámetro a .

P2. Determine para que valores de $a \in \mathbb{R}$, la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$$

es definida positiva.

P3. Sea $M \in \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{R})$, simétrica y definida positiva. Considere la forma cuadrática:

$$Q(x) = x^t M x, \quad x \in \mathbb{R}^n.$$

Pruebe que si A es una matriz tal que $Q(Ax) = Q(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}^n$ entonces A es invertible y $Q(A^{-1}x) = Q(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}^n$.

Hint: Estudie $\text{Ker}(A)$.

P4. a) Sea $P \in \mathbb{R}^3$ un punto y $L \subseteq \mathbb{R}^3$ una recta de vector posición A y vector director d ($P \notin L$). Determine el punto Q , simétrico de P con respecto a L .

b) Considere las rectas:

$$L : A + \lambda d, \quad \lambda \in \mathbb{R},$$

$$L' : B + td, \quad t \in \mathbb{R}.$$

Demuestre que el conjunto de puntos simétricos de cada punto de L' con respecto a L es una recta y determine su ecuación vectorial.