Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Matemática
25 de Noviembre, 2013

Auxiliar #12MA1102-6 Álgebra Lineal. : G-S y Ortogonalidad

Profesor: Alejandro Maass
Auxiliar: Martín Castillo

P1. Sea $V = \langle \{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix} \} \rangle$.

a) Encuentre, usando Gram-Schmidt, una base ortonormal de V.

b) Encuentre una base de $V^\perp$.

P2. Sea M una matriz triangular superior de dimensión $n \times n$ cuya diagonal es estrictamente positiva. Sean $v_1, \ldots, v_n$ los vectores columnas de M ordenados de la primera a la última columna. Probar por recurrencia que al aplicar el algoritmo de Gram-Schmidt a la base $\{v_1, \ldots, v_n\}$ se obtiene como resultado la base base canónica $\{e_1, \ldots, e_n\}$.

P3. Demuestre que $P \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ es ortogonal si y solo si $\forall x, y \in \mathbb{R}^n$, $\langle Px, Py \rangle = \langle x, y \rangle$.

P4. Sean U, V s.e.v's. de $\mathbb{R}^n$. Demuestre que:

a) $(U + V)^\perp = U^\perp \cap V^\perp$.

b) $(U^\perp)^\perp = U$.

c) $(U \cap V)^\perp = U^\perp + V^\perp$.