Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Matemática
24 de Septiembre, 2013

Auxiliar #5.2MA1102-6 Álgebra Lineal. : Geometría en $\mathbb{R}^3$

Profesor: Alejandro Maass
Auxiliar: Martín Castillo

P1. Considere los puntos $P = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $R = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$. Verifique que son puntos no colineales y encuentre la ecuación vectorial (o paramétrica) y cartesiana del plano π_1 que los contiene.

P2. Dadas las rectas L_1 y L_2 definidas por

$$L_1 : \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix},\ t \in \mathbb{R} \quad \text{y} \quad L_2 : \begin{cases} 3x + y + 4 = 0 \\ z + 5 = 0 \end{cases}$$

a) Verifique que L_1 y L_2 son paralelas y distintas. Encuentre la ecuación vectorial (o paramétrica) y cartesiana del plano π_2 que las contiene.

b) Encuentre la ecuación vectorial de la recta L que se obtiene como la intersección de los planos π_1 y π_2 ($L = \pi_1 \cap \pi_2$).

c) Encuentre el punto S de intersección de las rectas L_1 y L y verifique que S satisface la ecuación cartesiana del plano π_1.

P3. Se definen las rectas:

$$L_1 : \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix},\ t \in \mathbb{R} \quad \text{y} \quad L_2 : \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix},\ s \in \mathbb{R}$$

a) Verifique que L_1 y L_2 no se intersectan.

b) Encuentre la ecuación normal del plano $\prod$ que contiene a la recta L_1 y es paralelo a L_2.

P4. Sea $\prod$ el plano con vectores directores $d_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ y $d_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ que pasa por el punto $P = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, y sea L la recta con vector director $d = \begin{pmatrix} 1 \\ b \\ 0 \end{pmatrix}$ que pasa por el punto $Q = \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ donde $a, b \in \mathbb{R}$. Encuentre los valores de los parámetros a, b tales que:

(i) L esté contenida en $\prod$ (es decir $L \subset \prod$),

(ii) L y $\prod$ no tengan punto en común (es decir $L \cap \prod = \emptyset$), y

(iii) $L \cap \prod$ contenga exactamente un solo punto.