Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Matemática
9 de Septiembre, 2013

Auxiliar #4MA1102-6 Álgebra Lineal. : Sistemas Lineales y Calculo de Inversas

Profesor: Alejandro Maass
Auxiliar: Martín Castillo

P1. Sean:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -a & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 3 \\ -2 & -2 & 4 & 2a \\ 0 & a & -1 & 2a+\frac{1}{2} \end{pmatrix}, \quad \bar{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \\ 2+a \\ 2b+a-2 \end{pmatrix}.$$

Determine los valores de los parámetros $a, b \in \mathbb{R}$ tales que el sistema de ecuaciones $Ax = \bar{b}$, con $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$,

(i) No tenga solución.

(ii) Tenga infinitas soluciones. En dicho caso encuentre el conjunto de soluciones.

(iii) Tenga solución única. En dicho caso encuentre la solución.

P2. Encuentre la inversa de:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

P3. Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{pmatrix}$. Demuestre que si la ecuación $Ax = 0$ tiene solución única, entonces $a \neq b$, $b \neq c$ y $a \neq c$. Que sucede si al lado derecho de la ecuación cambiamos el 0 por un vector $v \in \mathbb{R}^3$ cualquiera?

Teorema: Sea $A \in \mathcal{M}_{nn}(\mathbb{R})$, entonces las proposiciones siguientes son equivalentes:

- A es invertible.
- Para todo $b \in \mathbb{R}^n$ el sistema $Ax = b$ tiene solución única.
- $\displaystyle\prod_{i=1}^{n} \bar{a}_{ii} \neq 0$.

Donde los $\bar{a}_{ii}$ son los elementos de la diagonal de la matriz A escalonada.