Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Matemática
7 de Octubre, 2013

Auxiliar #6MA1102-6 Álgebra Lineal. : Proyecciones Ortogonales

Profesor: Alejandro Maass
Auxiliar: Martín Castillo

P1. Sea $\prod_0$ el plano que pasa por el origen y tiene vectores directores $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$.

a) Escriba la ecuación normal del plano $\prod_0$.

b) Encontrar la ecuación cartesiana del plano $\prod$ que pasa por el punto $P = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ y no corta a $\prod_0$.

c) Calcular la proyección de P sobre $\prod_0$.

d) Calcular la distancia entre $\prod$ y $\prod_0$.

P2. Sean $P = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$,$Q = \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, y $R = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

a) Determinar la proyección de P^* de P sobre la recta que pasa por Q y R.

b) Determinar la ecuación vectorial de la recta L que pasa por P^* y que es ortogonal al plano que contiene a P, Q y R.

P3. Sean $P = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $D_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ y $D_2 = \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Se definen además,

$$\begin{array}{rcll} L & : & v = P - \lambda D, & \lambda \in \mathbb{R} \\ \prod & : & v = P - \lambda_1 D_1 - \lambda_2 D_2, & \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}. \end{array}$$

Encuentre los puntos en L que están a distancia 2 de $\prod$.

P4. Sean $P = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$ y $\prod$ el plano de ecuación $2x - y - z = 2$.

a) Sea $R \in \mathbb{R}^3$ la proyección ortogonal del punto P sobre el plano $\prod$. Pruebe que $R = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

b) Calcular la proyección ortogonal del punto P sobre la recta que pasa por R con dirección $d = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

c) Sea Q la proyección calculada en b). Determine la ecuación cartesiana del plano que contiene a P, Q y R.