

Auxiliar de repaso para el Examen

Profesor: Felipe Célery

Auxiliar: Bruno Aguiló

P1. Sea $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, $0 < a < b$, f continua en $[a, b]$ y derivable en (a, b) . Demuestra que existe $x_0 \in (a, b)$ tal que $\frac{bf(b) - af(a)}{b - a} = f(x_0) + x_0 f'(x_0)$

P2. Para $\alpha \in (0, 1)$, se denota por $\mathcal{R}$ la región encerrada por la curva $f(x) = x^\alpha$, el eje OY y la recta tangente a x^α en $x_0 = 1$.

(a) Demuestra que el área de la región $\mathcal{R}$ está dada por $A = \frac{\alpha(1-\alpha)}{2(1+\alpha)}$

(b) Demuestra que el volumen del sólido engendrado por la rotación de la región $\mathcal{R}$ en torno al eje OY está dada por $V_{OY} = \pi \frac{\alpha(1-\alpha)}{3(\alpha+2)}$

P3. Una partícula recorre una distancia de $s = 5$ unidades por la curva $r(t) = (2 \sin(t), 4t, 3 \cos(t))$ partiendo en $t = 0$. Determina dónde se encuentra ahora la partícula y cuánto vale en ese punto la curvatura. Calcula además la parametrización natural de la curva.

P4. Calcula $\int \frac{\sqrt{x} + 1}{x^{\frac{3}{2}} + 1} dx$

Indicación: Recuerda que $x^3 + 1 = (x + 1)(x^2 - x + 1)$

P5. Encuentra el radio y el intervalo de convergencia para las series de potencias $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x)^n}{n}$ y $g(x) = \sum_{n \geq 0} \frac{x^n}{(2n+1)!}$.