

Clase Auxiliar N°10: Aplicaciones de la integral

Profesor: Felipe Célery
Auxiliar: Bruno Aguiló

P1. Determina el centro de masas de la región limitada por las curvas $f(x) = 4 - x^2$ y $g(x) = x + 2$.

P2. Sea $L > 1$ y sean $f, g : [1, L] \rightarrow \mathbb{R}$ las curvas dadas por

$$f(x) = \frac{1}{2} (x\sqrt{x^2 - 1} - \ln(\sqrt{x^2 - 1} + x)) \quad \text{y} \quad g(x) = \cosh(x).$$

Determina qué curva tiene mayor longitud, en función del parámetro L .

P3. (Trompeta de Torricelli) Si consideramos la función $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}_+$ dada por $f(x) = \frac{1}{x}$, al sólido de revolución generado al hacer rotar la función f en torno al eje OX , con dominio $x \geq 1$, se le conoce como Trompeta de Torricelli. Esta figura geométrica posee la característica de contar con una superficie infinita, pero un volumen finito, lo que al momento de su descubrimiento fue considerado como una paradoja, ya que aparentemente -en una explicación bastante informal- implicaba que se necesitaría infinita pintura para cubrir la superficie interior, pero se necesitaría finita pintura para rellenar la figura, y así pintar dicha superficie.

Verifica las características de la Trompeta de Torricelli, teniendo en cuenta que si f es una función continua, cuyo dominio es un intervalo no acotado, entonces:

$$\cdot \int_a^\infty f(x)dx = \lim_{b \rightarrow \infty} \int_a^b f(x)dx, \text{ cuando este límite existe.}$$

· Si g es una función tal que $f(x) \geq g(x) \forall x$, y $\int_a^\infty g(x)dx = +\infty$, entonces

$$\int_a^\infty f(x)dx = +\infty.$$