

Clase Auxiliar N°4: Derivadas

Profesor: Felipe Célery

Auxiliar: Bruno Aguiló

P1. Usando TVM en $[0, x]$, demuestra que si $\alpha \geq 1$, entonces $(1+x)^\alpha \geq 1+\alpha x$, $\forall x > 0$

P2. Dado un cierto volumen fijo V , se desea encontrar el cilindro de base hexagonal (regular) de mínima superficie (contando las "tapas") tal que su volumen sea V . Determina la longitud a de los lados del hexágono y la altura h del cilindro para que satisfaga las condiciones anteriores.

Indicación: Un polígono regular de n lados de longitud a tiene área $A = \frac{na^2}{4 \tan(\frac{\pi}{n})}$

P3. Para la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, con $f(x) = 2x^3 + 5x^2 - 4x$, analiza sus ceros, crecimiento, concavidad, máximos y mínimos (si es que los tiene). Luego, con los datos anteriores, realiza un bosquejo de la función.

P4. Encuentra el desarrollo de Taylor de $f(x) = \log(\cos(x))$ hasta orden 3, en torno a $\bar{x} = 0$ y demuestra que el resto está acotado por $\frac{2}{3}|x|^4$, para $x \in [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$

P5. Sea $f \in \mathcal{C}^2(a, b)$. Demuestra que $\forall x \in (a, b)$:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2} = f''(x)$$