

**MA1002-2 Cálculo Diferencial e Integral.**

**Profesor:** Patricio Felmer A.

**Auxiliares:** Pedro Pérez Aros.

**29 de Octubre del 2013**



## Auxiliar 9

**P1.** Calcule las siguientes integrales:

(a)  $\int x^3 \sqrt{a - bx^2} dx \quad a, b > 0$

(b)  $\int \frac{2x - 3}{(x^2 - 2x + 2)(x - 1)} dx$

**P2.** Considere la función:

$$f(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } x \in [0, 1] \\ 1 & \text{si } x \in (1, 2] \end{cases}$$

(a) Para cada  $n \in \mathbb{N}$  y  $\delta \in (0, 1)$  considere la partición dad por  $P = \{0, \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \dots, \frac{n}{n}, 1 + \delta, 2\}$  Calcule  $s(f, P)$  y  $S(f, P)$  y demuestre que  $S(f, P) - s(f, P) = \frac{2}{n} + \delta$ .

(b) Usando la parte b) y la condición de Riemann concluya que  $f$  es integrable en  $[0, 2]$ .

**P3.** Identifique la sumatoria  $S_n = 2 \sum_{k=1}^n \frac{(3n+2k)^p}{n^{p+1}}$ ,  $p \in \mathbb{N}$  como una suma de Riemann y calcule  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$ .

**P4.** Demuestre que para cada  $n \geq 1 \exists \xi_n \in (1, e)$  tal que:

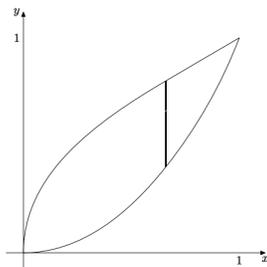
$$\int_1^e \ln^{n+1}(x) dx = \ln^n(\xi)$$

y concluya que  $\int_1^e \ln^{n+1}(x) dx \leq \ln(\xi_n)$

**P5.** Calcule

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\int_1^x (x-1) \sin(t^2) dt}{\int_{x^2}^{x^3} \sin(t^2 - 1) dt}$$

**P6.** Sea  $R$  region encerrada por las curvas  $y = x^2$ ,  $y = \sqrt{x}$ .



Calcule:

(a) El área de  $R$

(b) El volumen del solido de generado al hacer rotar  $R$  en e eje  $OY$  y  $OX$ .