IN702 Microeconomía II — Profesor: Juan Escobar

Primavera 2013 — Auxiliares: Felipe Carrera, Pablo Cuellar

Tarea 7

Entrega: 23 de diciembre antes del examen (impostergable)

1. Considere un modelo de agente-principal en el que el agente realiza un esfuerzo $a \geq 0$ a un costo $c(a)$, con $c', c'' > 0$. El esfuerzo no es verificable, pero si los son las ventas que realiza el agente $q = a + \epsilon$, donde ϵ sigue una normal $N(0, \sigma^2)$. El principal es neutro al riesgo y su utilidad es $q - w$, mientras que el agente tiene utilidad $-e^{-(w-c(a))}$. Nos restringimos a contratos lineales $w(q) = \beta + \alpha q$.

   a. Plantee el problema de diseño óptimo de contrato del principal.

   b. Muestre que en el óptimo (a^*, α^*, β^*) se tiene que $\alpha^* = \frac{1}{1+c''(a^*)\sigma^2}$.

   En lo que sigue, suponemos que el agente puede observar una señal y que no es productiva, pero sí estaá correlacionada con el ruido ϵ (por ejemplo, las ventas en la tienda vecina). Suponemos que (ϵ, y) siguen una normal con media 0 y matriz de varianza-covarianza Σ. Nos restringimos a contratos lineales $w(q, y) = \beta + \alpha(q + \gamma y)$

   c. Encuentre γ^* usado en el contrato óptimo. Explique intuitivamente su resultado.

2. Un agente tiene una riqueza inicial W_0 y puede tener un accidente que cause una pérdidad x. Suponemos que x es verificable. Una compañia aseguradora (neutral al riesgo) le ofrece un seguro que paga $R(x)$ en caso de pérdida. La pérdida depende del cuidado a que el agente tenga. La distribución de $x \geq 0$, $F(x \mid a)$, está dadá por

$$F(0 \mid a) = 1 - p(a)$$

   mientras que para $x > 0$ $F(x \mid a) = p(a)G(x)$ donde G es diferenciable y creciente con densidad $g > 0$ y $p(a) \in$ es decreciente y convexa. La función de utilidad del agente está dada por $u(W_0 - x + R(x)) - c(a)$, donde c es el costo del cuidado, con $u' >'$, $u'' < 0$, $c' > 0$ y $c'' > 0$. Suponemos que el agente tiene todo el poder de negociación pero la aseguradora siempre puede negarse a tomar el contrato que el agente propone

   a. Caracterice el cuidado óptimo del agente cuando no hay seguro.

   b. Caracterice el seguro óptimo cuando a es verificable. Es decir, resuelva

$$\max_{w(),a} p(a) \int u(W_0 - x + R(x))g(x)dx + (1 - p(a)) \int u(W_0 + R(0)) - c(a)$$

   sujeto a la restricción de participación de la asegurardora:

$$p(a) \int R(x)g(x)dx + (1 - p(a))R(0) \leq 0$$

   c. Suponga ahora que el cuidado no es contratable. Plantee el problema de diseño de contrato óptimo suponiendo que el enfoque de primer order (first order approach) es válido.

d. Muestre que el contrato óptimo en la parte c es una prima y un deducible (que es independiente del tamaño de la pérdida). Explique.

3. Un potencial comprador de una casa (principal) contrata a aun agente para que obtenga información sobre la casa. La calidad de la casa es $q \in \{H, L\}$ con $H > L$. Una casa de alta calidad da utilidad 1 al principal, mientras que una de baja calidad da utilidad -1 (esta utilidad es neta del precio pagado). La distribución a priori es $\mathbb{P}[q = H] = \gamma$. Tanto el agente como el principial tienen utilidad quasi-lineal.

   El agente invierte e en esfuerzo a un costo $c(e)$ para observar una señal $s \in \{G, B\}$. La señal es informativa con probabilidad

$$\mathbb{P}[s = G \mid q = H] = \mathbb{P}[s = B \mid q = L] = \frac{1}{2} + e.$$

   La señal es información dura, de modo que el agente no puede mentir sobre la señal. La función de cotos $c(e)$ es creciente y convexa con $c'''(e) > 0$. Para que los óptimos sean interiores suponga $c'(0) = 0$, $c''(0) = 0$ y $\lim_{e \to 1/2} c(e) = \infty$.

   Después de observar la señal, el principal puede escoger comprar o no comprar la casa.Si su decisión es independiente de la señal, entonces no hay razón para que el agente haga esfuerzo. Suponemos entonces que el principal compra si $s = G$ y no compra si $s = B$.

   a. Suponga que el esfuerzo es verificable. Muestre que el esfuerzo que maximiza la suma de las utilidades satisface $1 = c'(e)$.

      En lo que sigue, consideramos el caso en que e no es verificable. Un contrato consiste de salarios $w_G \geq 0$ cuando $s = G$ y $w_B \geq 0$ cuando $s = B$. Note que no hay restricción de participación, solo restricción de responsabilidad limitada.

   b. Escriba la utilidad del agente y muestre que el esfuerzo del agente satisface

$$(w_G - w_B)(2\gamma - 1) = c'(e).$$

      Qué se puede decir sobre cómo el esfuerzo cambia con γ? Es siempre posible motivar esfuerzo positivo? Explique.

   c. Suponga $\gamma > 1/2$. Usando la aproximación de primer orden (first order approach), muestre que el esfuerzo óptimo es

$$1 = c''(e)\Big(e + \frac{1}{2(2\gamma - 1)}\Big) + c'(e).$$

      Muestre que el esfuerzo es creciente en $\gamma > 1/2$. Explique.