IN702 Microeconomía II — Profesor: Juan Escobar

Primavera 2013 — Auxiliares: Felipe Carrera, Pablo Cuellar

Tarea 3

Entrega: 16 de Octubre

1. Considere un modelo de Cournot en el que N firmas tienen costos marginales iguales a $c \geq 0$ y enfrentan una demanda $P(Q) = a - Q$, con $a > c$. Sea $q^{EN} \geq 0$ la cantidad que cada firma produce en el unico EN del juego. Suponga que el juego es infinitamente repetido con monitoreo perfecto, y factor de descuento $\delta \in]0, 1[$. Para $\bar{q} > 0$ considere estrategias gatillo $\sigma^{\bar{q}}$ tal que en el camino del juego todas las firmas juegan $\bar{q}$ y desviaciones se castigan con reversión al equilibriu de Nash. Muestre que para todo $\delta > 0$, las firmas siempre pueden coludise (quiza de manera imperfecta). Es decir, muestre que para todo $\delta > 0$ existe $\bar{q} < q^{EN}$ tal que $\sigma^{\bar{q}}$ es un EPS.

2. Considere un conjunto $\{1, \ldots, N\}$, con $N \geq 3$, de amigos que juegan el siguiente juego de favores. En cada $t \in \{1, \ldots, N\}$, el jugador t decide si hacerle o no un favor al jugador $t + 1$ (si $t = N$ entonces el jugador N decide si hacerle o no un favor al jugador 1). De este modo, el conjunto de acciones del jugador que mueve en la ronda t es $\{F, NF\}$ (F si hace favor, NF si no lo hace). El costo de hacer el favor es igual a $c > 0$ para el habitante t, pero el habitante $t + 1$ (o 1 si $t = N$) que recibe el favor tiene un beneficio igual a $v > 0$. Los amigos descuentan pagos a tasa $\delta < 1$. Por ejemplo, si todos los amigos hacen favores el vector de pagos es
$$(-c + \delta^{N-1}v, (v - \delta c), \delta(v - \delta c), \ldots, \delta^{N-2}(v - \delta c))$$
si el jugador 1 es el único que hace el favor el vector de pagos es $(-c, v, 0, \ldots, 0)$ y si sólo N hace el favor los pagos son $(\delta^{N-1}v, 0, \ldots, 0, -\delta^{N-1}c)$. El juego es de información perfecta. Suponemos que $v - \delta c > 0$.

   a. Describa el conjunto de estrategias de cada jugador.

   b. Calcule todas las soluciones de inducción reversa.

   c. Sea $\sigma = (\sigma_i)_i$ un perfil de estrategias. Defina $h^\sigma \in \{F, NF\}^N$ como la historia que resulta una vez que el juego se ha jugado con los jugadores usando la estretagia σ. Muestre que si σ es un EN, entonces $h^\sigma = (NF, \ldots, NF)$.

   En lo que sigue, suponga ahora que el juego es infinitamente repetido de modo que en cada $t \geq 1$ de la forma $t = nN + m$, donde $n \in \mathbb{N}$ y $m = m(t) \in \{1, \ldots N\}$, el jugador m decide si hacerle o no un favor al jugador $m + 1$ (si $m = N$ el favor se lo hace al jugador 1).

   d. Considere un subjuego en t donde i debe jugar (decidir si hace o no hace el favor). Encuentre un EPS en cualquier subjuego de la ronda $t + 1$ que minimiza el pago total de equilibrio del jugador i.

   e. Muestre que el juego tiene un EPS en el que en cada ronda se hace el favor ssi
$$(v - \delta c)\frac{\delta^N}{1 - \delta^N} \geq \delta c.$$

   HINT: Use la parte d.

f. Explique por qué es más difícil que haya cooperación cuando N crece.

3. Considere un equipo de dos jugadores que en cada ronda juegan el siguiente dilema del prisionero:

	C	D
C	$2, 2$	$-1,3$
D	$3, -1$	$0,0$

La tecnología de monitoreo es tal que en cada ronda se genera una señal $y \in \{\bar{y}, \underline{y}\}$

$$\pi(\bar{y}, a) = \begin{cases} p & \text{si } a = CC \\ q & \text{si } a = CD \text{ o } a = DC \\ r & \text{si } a = DD \end{cases}$$

con $0 < r < q < p < 1$. El factor de descuento es $\delta < 1$ y nos restringimos al estudio de estrategias públicas.

(a) Consideramos estrategias de memoria finita. Sea σ^i una estrategia para el jugador i tal que i juega C en el periodo t si la señal en $t-1$ es $y^{t-1} = \bar{y}$, mientras que juega D en la ronda t si la señal en $t-1$ es $y^{t-1} = \underline{y}$. Muestre que estas estrategias son un equilibrio ssi

$$\frac{1}{3p - 2q - r} \leq \delta \leq \frac{1}{p + 2q - 3r} \tag{0.0.1}$$

(b) Muestre que cuando q es cercano a r, las estrategias no pueden ser de equilibrio. Explique.

4. Considere un equipo de dos jugadores que en cada ronda juegan el siguiente dilema del prisionero:

	C	D
C	$1, 1$	$-1,2$
D	$2, -1$	$0,0$

El juego es infinitamente repetido con monitoreo perfecto. Muestre que si el factor de descuento es $\delta > 1/2$, entonces el conjunto $W = \{(0, 0), (1, 1)\}$ es autogenerante (es decir, $W \subseteq B(W)$, donde B se definio en clases)

5. Considere un juego en el que generaciones traslapadas de agentes deciden su consumo y ahorro. Más formalmente, en cada periodo $t \geq 0$, la generación t decide su consumo C_t y ahorro S_t dada una cantidad de recursos $K_t \geq 0$ que recibe de la generación anterior, con $C_t + S_t \leq K_t$. La evolución de la variable (K_t) viene dada por $K_{t+1} = f(S_t)$, con $f(x) = x^\alpha$, $\alpha \in]0, 1[$. La función de utilidad de la generación t viene dada por $\ln(C_t) + \delta \ln(C_{t+1})$, con $\delta \in]0, 1[$. Todas las generaciones observan perfectamente las decisiones de las generaciones anteriores. Identifique la variable que es relevante en términos de pagos y encuentre un equilibrio Markoviano perfecto del juego.