IN702 Microeconomía II | Profesor: Juan Escobar

Primavera 2013 | Auxiliares: Felipe Carrera, Pablo Cuellar

Tarea 1

Entrega: Lunes 9 de septiembre

1. Considere el siguiente juego

	L	R
U	a, b	c, d
D	e, f	$0, 0$

Encuentre condiciones necesarias y suficientes para las siguientes propiedades del juego:

a. U es estricamente dominada.
b. (U, L) es una solución de EIEED.
c. (U, L) es un equilibrio de Nash.
d. (U, L) es el único perfil de estrategias racionalizables.

2. Dos candidato compiten en una elección escogiendo posiciones políticas $s_i \in \{-K, \cdots -1, 0, 1, \ldots, K\}$, donde $K > 1$. En cada una de las $2K+1$ posibles posturas políticas hay una fracción $\frac{1}{2K+1}$ de votantes. Cada votante vota por el candidato con una postura más cercana a la propia. En caso de indiferencia, los votantes se reparten en partes iguales entre los dos candidatos. La utilidad de cada candidato está dada por la fracción de votos obtenida en la elección.

a. Encuentre las estrategias estrictamente dominadas del juego.
b. Cuales son las estrategias racionalizables?
c. Encuentre todos los equilibrios de Nash del juego.

3. Considere $n \geq 2$ firmas que compiten como en el modelo de Bertrand con productos homogéneos discutido en clases, pero ahora suponga que la función de demanda es $Q(p) = a - bp$ y la funcionrd de costos son idénticas y cuadráticas: $c_i(q) = \frac{c}{2}q^2$, con $c > 0$, para todo i.

a. Calcule y grafique $\pi_n(p)$, para $p \in \mathbb{R}_+$, la utilidad de cada firma si todas las firmas en el mercado fijan precio igual a p. Calcule y grafique $\pi_1(p)$, la utilidad que obtiene la firma i si es la única firma en el mercado vendiendo a precio p.
b. Use a. para encontrar precios $\underline{p}_n < \bar{p}_n$ tales que para todo $p \in [\underline{p}_n, \bar{p}_n]$ existe un EN $(p_1, \ldots, p_n)$ tal que $p_i = p$ para todo i.
c. Encuentre el equilibrio competitivo del modelo (esto es, derive la curva de oferta y encuentre el punto de intersección con la demanda). Muestre que el equilibrio competitivo se puede sostener como un equilibrio de Nash del juego de Bertrand.
d. Explique por qué existen multiples equilibrios de Nash simétricos cuando los costos marginales son crecientes.

4. Este es un modelo de competencia de Bertrand con consumidores leales/distraídos/inmóviles/etc. Dos firmas $i = 1, 2$ producen un bien homogéneo a un costo por unidad constante igual a $c > 0$. Hay $M = N + 2K$ consumidores, cada uno de los cuales compra 1 unidad o nada. Cada consumidor tiene un valor de reserva igual a $v > c$ y si esta indiferente entre comprar o no comprar ($v = p$) siempre compra. N consumidores compran de la firma con el menor precio (resuelven indiferencias uniformemente). K consumidores son leales a una firma. Ellos compran de la firma a la que son leales siempre, a menos que el precio de la firma sea mayor que v. Asuma que $N, K > 0$.

   a. Muestre que el juego no tiene EN.
   b. Encuentre un ENEM simétrico en que las firmas escogen precios de acuerdo a una distribución F continua con soporte en $[a, v]$, donde $a \in]c, v[$ debe ser determinado.
   c. Discuta las propiedades del equilibrio cuando $\frac{K}{N} \to 0$ y cuando $\frac{K}{N} \to \infty$

5. Cada uno de dos jugadores recibe una carta con un número en $\{1, 2, \ldots, M\}$. Los números en las cartas de los jugadores son independiente e idénticamente distribuidos en $\{1, \ldots, M\}$. Cada jugador observa su carta y luego decide si intercambiar o no intercambiar cartas. Si ambos jugadores deciden intercambiar, entonces cada uno recibe un pago igual a la carta del rival. Si no, cada jugador conserva su carta y recibe un pago igual a su carta. Encuentre todos los EB del juego.

6. Considere el juego de matching pennies de la figura

	A	B
A	$1, -1$	$-1, 1$
B	$-1, 1$	$1, -1$

   a. Muestre que el juego no tiene EN. Encuentre *todos* los ENEM

   En lo que sigue, intentaremos dar una interpretación alternativa de un ENEM del juego de matching pennies. Para ello, perturbamos el juego suponiendo que a cada jugador le preocupa ue su estrategia sea descubierta por su rival. Más formalmente, sea $\epsilon > 0$ pequeño y para cada perfil de estrategias mixtas $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2)$ suponemos que el pago del jugador i es

$$u_i^*(\sigma) = (1 - \epsilon)\bar{u}_i(\sigma) + \epsilon v_i(\sigma_i)$$

   donde $\bar{u}_i(\sigma)$ es la utilidad esperada asociada a la extensión mixta del juego de matching pennies y

$$v_i(\sigma_i) = \min_{a_{-i} \in A_{-i}} \{\bar{u}_i(\sigma_i, a_{-i})\}.$$

   b. Explique por qué el juego en forma normal $\langle I, (\Delta(A_i))_{i \in I}, (u_i^*)_{i \in I}\rangle$ modela una versión de matching pennies en la que los jugadores estan preocupados por la posibilidad de que su estrategia sea descubierta por su rival.
   c. Explique por qué en la definición de v_i, la minimización sobre estrategias puras es sin pérdida de generalidad (en términos de su interpretación en la parte b).
   d. Encuentre *todos* los EN del juego en forma normal $\langle I, (\Delta(A_i))_{i \in I}, (u_i^*)_{i \in I}\rangle$.
   e. Explique porque esta perturbación del juego original permite dar una nueva interpretación (o justificación) al uso de estrategias mixtas. En particular, relacione su respuesta con la discusión que motiva el teorema de purificación de Harsanyi.