Introducción a la Teoría Cinética
Tarea 3 — Entrega 11 de septiembre de 2013

Profesor: Rodrigo Soto
Departamento de Física, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile

1. **Liouvilliano simple**
   El hamiltoniano de un sistema de partículas clásicas libres es

$$H = \sum_i \frac{p_i^2}{2m}$$

   La ecuación de Liouville es

$$\frac{\partial F}{\partial t} = -\{H, F\} = -LF$$

   donde se definió el operador Liouvilliano $L = \{H, \cdot\}$, de manera que la solución en el tiempo se puede escribir como

$$F(\Gamma, t) = e^{-Lt} F(\Gamma, 0)$$

   a) Encuentre el Liouvilliano asociado

   b) Usando la propiedad del operador de traslación

$$e^{a\frac{\partial}{\partial x}} f(x) = f(x+a)$$

   determine la solución para $F(\Gamma, t)$ en función de la condición inicial.

   c) Interprete esta solución.

2. **Distribuciones reducidas de equilibrio**
   El hamiltoniano de un sistema de partículas clásicas con interacciones de a pares, sin potencial externo, es

$$H = \sum_i \frac{p_i^2}{2m} + \sum_{i<k} \phi(|\vec{r}_{ik}|)$$

   donde U es el potencial de interacción, que se supone depende sólo de la distancia entre las partículas.

   En equilibrio térmico la función distribución es

$$F_0(\Gamma) = Z^{-1} e^{-H(\Gamma)/k_B T}$$

   con

$$Z = \int d\Gamma e^{-H(\Gamma)/k_B T}$$

   a) Determine la función distribución reducida de una partícula y muestre que tiene la forma

$$f^{(1)}(\vec{r}, \vec{p}) = n\varphi(p)$$

   donde $n = N/V$ es la densidad de partículas y φ es la distribución maxwelliana

$$\varphi(p) = \frac{e^{-p^2/2mk_B T}}{(2\pi m k_B T)^{3/2}}$$

   b) Muestre que la función distribución reducida de dos partículas tiene la forma

$$f^{(2)}(\vec{r}_1, \vec{p}_1, \vec{r}_2, \vec{p}_2) = n^2 \phi(p_1)\phi(p_1) g(|\vec{r}_{12}|)$$

   donde g es una función muy compleja de determinar. No intente calcularla. Debe mostrar que g sólo depende del módulo de la distancia relativa.

3. **Flujo de calor microscópico**

   Considere un sistema de partículas interactuantes con un hamiltoniano

$$H = \sum_i \frac{p_i^2}{2m} + \frac{1}{2} \sum_{i,k} \phi(|\vec{r}_{ik}|)$$

   Se puede definir la densidad de energía

$$e(\vec{r}) = \sum_i \frac{p_i^2}{2m} \delta(\vec{r} - \vec{r}_i) + \frac{1}{2} \sum_{i,k} \phi(|\vec{r}_{ik}|) \delta(\vec{r} - \vec{r}_i)$$

   Determine el flujo de energía asociado.