

# Introducción a la Teoría Cinética

## Tarea 1 — Entrega 28 de agosto de 2013

Profesor: Rodrigo Soto

Departamento de Física, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile

### 1. Frecuencia de colisiones y rapidez media

Considere un gas clásico en equilibrio, de manera que la función distribución es la de Maxwell-Boltzmann

$$f_{MB}(\vec{c}) = n \left( \frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} e^{-mc^2/2k_B T}$$

Usando esta distribución calcule la frecuencia de colisiones y la rapidez media en equilibrio. Para el cálculo de la frecuencia de colisiones puede ser útil hacer un cambio de variables en la integral a la velocidad relativa y del centro de masas.

### 2. Flujo de energía y de calor

En clases se definió el flujo de energía como

$$\vec{J}_e = \int f(\vec{c}) \frac{mc^2}{2} \vec{c} d^3c$$

El flujo de calor se define similarmente como

$$\vec{q} = \int f(\vec{c}) \frac{m(\vec{c} - \vec{v})^2}{2} (\vec{c} - \vec{v}) d^3c$$

Calcule la relación entre  $\vec{J}_e$  y  $\vec{q}$  e interprete.

### 3. Flujos en equilibrio y distribución de Grad

- Calcule el tensor de presiones y flujo de calor para un gas que está en equilibrio termodinámico local. Interprete el resultado.
- El punto anterior muestra que la distribución maxwelliana local no puede describir todas las situaciones físicas. Por lo anterior H. Grad en 1949 argumentó que para sistemas cercanos al equilibrio local, la distribución debe ser de la forma [1]

$$f(\vec{c}) = n \left( \frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} e^{-mC^2/2k_B T} \left[ 1 + (\alpha C^2 - \gamma) \vec{C} \cdot \vec{q} + \delta p_{ij} \vec{C}_i \vec{C}_j \right]$$

con  $\vec{C} = \vec{c} - \vec{v}$  y donde  $n$ ,  $T$ ,  $\vec{v}$ ,  $\alpha$ ,  $\gamma$  y  $\delta$  pueden eventualmente depender de la posición y el tiempo.

Determine los valores de las constantes  $\alpha$ ,  $\gamma$  y  $\delta$  de manera que  $f$  tenga la normalización correcta y que al calcular el flujo de calor y el tensor de presiones se obtenga respectivamente  $\vec{q}$  y  $P_{ij} = nk_B T \delta_{ij} + p_{ij}$ .

La distribución encontrada es la llamada *Distribución de Grad*.

---

[1] *On the kinetic theory of rarefied gases*, H. Grad, Comm. Pure Appl. Math **2**, 331 (1949);  
*Principles of the kinetic theory of gases*, H Grad, Handbuch der Physik, Vol. XII (1958).