Pregunta 1.

a) Para un generador de doble excitación controlado vectorialmente con orientación flujo de estator, demuestre que:

$$i_{rq} = -\frac{L_s}{L_0}\frac{\left|\underline{\psi}_s \otimes \underline{i}_s\right|}{\left|\underline{\psi}_s\right|} \qquad \text{y} \qquad i_{rd} = \left[\left(\sqrt{i_{r\alpha}^2 + i_{r\beta}^2}\right)^2 - i_{rq}^2\right]^{1/2} \qquad (1)$$

Donde el símbolo ⊗ representa el producto cruz entre dos vectores.

El producto cruz entre dos vectores es:

$\left|\underline{\psi}_s \otimes \underline{i}_s\right| = \left|(\psi_{sd} + j\psi_{sq}) \otimes (i_{sd} + j i_{sq})\right|$ dado que $\psi_{sq} = 0$ el producto cruz es solo entre el flujo en eje d con la corriente en eje q. Por lo tanto:

$$\frac{\left|\underline{\psi}_s \otimes \underline{i}_s\right|}{\left|\underline{\psi}_s\right|} = \frac{|\psi_{sd} i_{sq}|}{|\psi_{sd}|} = \left|i_{sq}\right| \qquad (2)$$

Luego se cumple que:

$$\psi_{sq} = L_s i_{sq} + L_0 i_{rq} = 0 \rightarrow \; i_{rq} = -\frac{L_s}{L_0} i_{sq} \qquad (3)$$

Utilizando (3) y (2) se demuestra la primera parte de lo solicitado.

La corriente total de rotor es:

$$i_T^2 = i_{rd}^2 + i_{rq}^2 \rightarrow i_{rd}^2 = i_T^2 - i_{rq}^2 \qquad (4)$$

Pero la corriente total también puede ser obtenida de las coordenadas α-β como:

$$i_T^2 = i_{r\alpha}^2 + i_{r\beta}^2 \qquad (5)$$

Utilizando (5) en (4) se puede demostrar lo solicitado.

b) Para una máquina jaula de ardilla orientada en el vector flujo de rotor, demuestre que la potencia de entrada es:

$$P_{in} = k\left[R_s({i_{sd}}^2 + {i_{sq}}^2) + \left(\frac{L_o}{L_r}\right)^2 R_r {i_{sq}}^2 + \omega_r \frac{{L_o}^2 i_{sd}}{L_r} i_{sq} + \frac{1}{2}\sigma L_s\left(\frac{di_{sq}^2}{dt} + \frac{di_{sd}^2}{dt}\right)\right] \qquad (6)$$

La potencia activa de entrada es proporcional al producto punto entre el vector de corriente y el vector de voltaje. Las ecuaciones de la máquina orientadas en el flujo de rotor son:

$$v_{sd} = R_s i_{sd} + \sigma L_s \frac{di_{sd}}{dt} - \omega_e \sigma L_s i_{sq} \qquad (7)$$

$$v_{sq} = R_s i_{sq} + \sigma L_s \frac{di_{sq}}{dt} + \omega_e \sigma L_s i_{sd} + \omega_e \frac{L_0}{L_r}\psi_{rd} \qquad (8)$$

Calculando $P_{in} = k\left(v_{sd} i_{sd} + v_{sq} i_{sq}\right)$ se tiene:

$P_{in} = k\left((R_s i_{sd} + \sigma L_s \frac{di_{sd}}{dt} - \omega_e \sigma L_s i_{sq})i_{sd} + (R_s i_{sq} + \sigma L_s \frac{di_{sq}}{dt} + \omega_e \sigma L_s i_{sd} + \omega_e \frac{L_0}{L_r}\psi_{rd})i_{sq}\right)$
(9)

Los términos $\pm\omega_e \sigma L_s i_{sq} i_{sd}$ se cancelan. Además $\sigma L_s i_{sd}\frac{di_{sd}}{dt} = \frac{1}{2}\sigma L_s \frac{di_{sd}^2}{dt}$ y el flujo en estado estacionario es $\psi_{sd} = L_0 i_{sd}$. Utilizando estas relaciones y la ecuación del deslizamiento en (8) se tiene:

$$P_{in} = k\left((i_{sd}^2 + i_{sq}^2)R_s + \frac{1}{2}\sigma L_s\left(\frac{di_{sd}^2}{dt} + \frac{di_{sq}^2}{dt}\right) + \left[(\omega_r + \frac{R_r i_{sq}}{L_r i_{sd}})\frac{L_0^2}{L_r} i_{sd}\right] i_{sq}\right) \qquad (9)$$

Expandiendo $\left[(\omega_r + \frac{R_r i_{sq}}{L_r i_{sd}})\frac{L_0^2}{L_r} i_{sd}\right] i_{sq}$ se llega a:

$$\left[(\omega_r + \frac{R_r i_{sq}}{L_r i_{sd}})\frac{L_0^2}{L_r} i_{sd}\right] i_{sq} = \omega_r \frac{L_0^2}{L_r} i_{sd} i_{sq} + \left(\frac{L_0}{L_r}\right)^2 R_r i_{sq} \qquad (10)$$

El término que acompaña a ω_r es el que representa la potencia que se transfiere al eje. Los términos que acompañan a R_s, R_r son las pérdidas de potencia en el cobre. Finalmente los términos con la derivada de la corriente al cuadrado representan cambios de potencia por variaciones en la energía almacenada en las inductancias de dispersión.

c) Los problemas del control vectorial directo se encuentran explicados en la seccion 3 del apunte de control vectorial de máquinas jaula de ardilla. En los párrafos cercanos a la Fig. 3.9. se puede leer:

"...... el Control vectorial directo (DRFO, direct rotor flux orientation, por sus siglas en inglés) no es considerado un sistema de control de alto desempeño. Su principal problema se encuentra en que para estimar el flujo de rotor se debe integrar el voltaje de estator. En condiciones ideales este no es un problema, porque la integral de una sinusoidal es factible de realizar en tiempo real. Sin embargo, en todas la implementaciones existe algo de corriente continua la cual produce la saturación del integrador. Esto se muestra en la Fig. 3.9.

La solución a este problema es utilizar un integrador modificado. Esto significa implementar una función de transferencia que a bajas frecuencias opere de distinta forma. Por ejemplo:

$$F(s) = \frac{1}{s+\omega_c}$$

El diagrama de Bode (magnitud y fase) de un integrador modificado ($1/(s+\omega_c)$) y un integrador ideal se muestra en la Fig. 2.10. Nótese que a bajas velocidades, cuando la frecuencia de estator es pequeña, el sistema de control no está correctamente orientado debido a errores de fase. **(primer problema).**

Existe otro inconveniente asociado al control vectorial directo. En general la frecuencia de la máquina y el voltaje apropiado son aproximadamente proporcionales. Por lo tanto cuando la velocidad rotacional se reduce, el voltaje aplicado al estator también se reduce. Si una máquina de inducción tipo jaula de ardilla opera con 220V a velocidades cercanas a 1500rpm, tendrá entre bornes un voltaje de aproximadamente 22V a 150rpm y probablemente se deberá alimentar con voltajes menores a 10V con 15rpm. Por lo tanto a baja velocidad la caída de tensión en la resistencia de estator de la máquina es, porcentualmente, muy importante. Si la resistencia varía con la temperatura, entonces el valor de flujo calculado desde (3.35), (3.39) será incorrecto y la máquina operará con la orientación incorrecta. **(segundo problema)**

¿Qué sucede cuando la inductancia magnetizante es incorrectamente estimada?. El flujo de rotor (referido al estator) en el control vectorial directo se calcula como:

$$\psi'_{r\alpha} = \frac{L_r}{L_o}\left(\int (V_{s\alpha} - R_s i_{s\alpha})dt - \sigma L_s i_{s\alpha}\right)$$
$$\psi'_{r\beta} = \frac{L_r}{L_o}\left(\int \left(V_{s\beta} - R_s i_{s\beta}\right)dt - \sigma L_s i_{s\beta}\right)$$

Por lo tanto un error en L_0 producirá una incorrecta estimación de los términos $\sigma L_s i_{s\alpha}$ y $\sigma L_s i_{s\beta}$. El control vectorial directo (y tambien el indirecto estará incorrectamente orientado, particularmente con altas corrientes de estator.