

Auxiliar 1 - Minimización de Autómatas, Expresiones Regulares y Lema de Bombeo

Curso: Teoría de la Computación
Profesor: Alejandro Hevia
Auxiliar: Javiera Born, Nicolás Lehmann
September 25, 2013

1. Construya una expresión regular para cada uno de los siguiente lenguajes sobre el alfabeto $\{a, b\}$.
 - (a) Todos los strings que contienen una cantidad de b 's divisible por 3.
 - (b) Todos los strings con no más de 3 a 's.
 - (c) Todos los strings que contienen el substring ab y el substring ba .

2. Dado un lenguaje L podemos asociar naturalmente a éste, la relación

$$R_L = \{(x, y) \mid \forall z (xz \in L \iff yz \in L)\}$$

Así mismo, podemos también definir para cada autómata M la relación

$$R_M = \{(x, y) \mid \delta(q_0, x) = \delta(q_0, y)\}^1$$

Es fácil notar que ambas relaciones son de equivalencia pues básicamente preservan las propiedades de " \iff " y " $=$ "

Dado un lenguaje $L \subseteq \Sigma^*$, demuestre que cada una de las siguientes propocisiones es equivalente (Teorema de Myhill-Nerode)

- (a) L es aceptado por algún autómata finito.
 - (b) L es la unión de algunas de las clases de equivalencia de una relación de equivalencia con índice finito que es invariante por la derecha.²
 - (c) R_L tiene índice finito.
3. Demuestre que los siguientes lenguajes no son regulares.

- (a) $L_1 = \{a^i b^j c^k d^l \mid i = 0 \vee j = k = l\}$
- (b) $L_2 = \{a^n b^m \mid \gcd(n, m) = 50\}$

¹Podemos inductivamente extender la función de transición para que reciba strings de cualquier largo de la siguiente forma:

$$\hat{\delta}(q, \epsilon) = q$$

$$\hat{\delta}(q, xa) = \delta(\hat{\delta}(q, x), a)$$

Como $\hat{\delta}(q, a) = \delta(\hat{\delta}(q, \epsilon), a) = \delta(q, a)$, no existe ambigüedad y no hay necesidad de nombrar dos funciones

²Se dice que una relación R es invariante por la derecha si xRy implica que $xzRyz$ para todo z .