

AUXILIAR 11: TEOREMA MAESTRO Y GRAFOS

MATEMÁTICAS DISCRETAS

PROFESORES: PABLO BARCELÓ & GONZALO NAVARRO

AUXILIARES: ANTONIO LIZAMA & MIGUEL ROMERO

26 DE NOVIEMBRE DE 2013

P1. Encuentre el orden de $T(n)$ usando el teorema maestro, o indique no éste no aplica:

- $T(n) = 3T(n/3) + \sqrt{n}$.
- $T(n) = 2T(n) + n/\log n$.
- $T(n) = T(2n/3) + 1$.

P2. Sea G un grafo simple. Un conjunto de vértices de G se dice *independiente* si no hay dos vértices en el conjunto que sean adyacentes. Denotamos por $I(G)$ el máximo número de vértices en un conjunto independiente de G .

Demuestre que para todo grafo simple $G = (V, E)$ se necesita a lo más $V - I(G) + 1$ colores para colorear G .

P3. Dados n puntos en el plano, llamados *centros*, el *diagrama de Voronoi* particiona el plano en n regiones, donde la región del centro i contiene todos los puntos tanto o más cercanos a ese centro que a cualquier otro. Dos regiones son *adyacentes* si comparten puntos (éstos están a la misma distancia de dos centros).

La *triangulación de Delaunay* se obtiene tomando cada centro como un nodo y conectando (con líneas rectas) todo par de centros cuyas regiones son adyacentes.

- a) Demuestre que la triangulación de Delaunay es un grafo planar.
- b) Demuestre que todas las regiones de la triangulación, salvo la externa, son efectivamente triángulos y discuta cómo podrían eliminarse las posibles excepciones moviendo infinitesimalmente los centros.
- c) Encuentre el número de vértices, aristas, y regiones de triangulación, suponiendo que se conoce t , el número de aristas que limita con la región exterior.