

AUXILIAR 9: TEORÍA DE GRAFOS

MATEMÁTICAS DISCRETAS

PROFESORES: PABLO BARCELÓ & GONZALO NAVARRO

AUXILIARES: ANTONIO LIZAMA & MIGUEL ROMERO

12 DE NOVIEMBRE DE 2013

- P1.** a) Demuestre que todo grafo simple posee al menos dos nodos con el mismo grado.
b) En un grupo de 25 clubes de fútbol se quiere que cada equipo juegue con otros 5 equipos distintos. ¿Es esto posible?
c) Demuestre que para todo grafo G se cumple que o bien G es conexo, o su complemento, $\bar{G}$, lo es.
- P2.** Sea T un grafo. Demuestre las siguientes equivalencias:
- (i) T es un árbol.
 - (ii) Todo par de vértices en T está conectado por un único camino en T .
 - (iii) T es conexo minimal, esto es, T es conexo, pero $T - e$ no lo es para todo $e \in T$
 - (iv) T es acíclico maximal, es decir, T no contiene ciclos, pero $T + xy$ sí, para todo par de vértices $x, y \in T$ no adyacentes.
- P3.** Demuestre que todo grafo simple con n vértices y estrictamente más de $\binom{n-1}{2}$ aristas es conexo.
- P4.** Sea $G = (V, E)$ un grafo conexo simple. Considere una función $c : E \rightarrow \mathbb{N}$, denominada función de costos. Muestre que si los costos en arco son todos distintos, entonces G tiene un *único* árbol generador de costo mínimo.
- P5.** Sea $G = (V, E)$ un grafo simple. Demuestre que G es bipartito si y sólo si G no tiene circuitos de largo impar.