



Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Profesor: Daniel Remenik
Prof. Auxiliar: Alberto Vera Azócar

Probabilidades y Estadística Clase Auxiliar 16 - Repaso Examen

29 de julio de 2013

Problema 1 [Distribución Cúbica].- Diremos que una v.a. X sigue una distribución cúbica normal de parámetro μ , lo que denotaremos $X \sim \mathcal{CN}(\mu)$ ssi $X^3 \sim \mathcal{N}(\mu, 1)$.

Sea X_1, \dots, X_n un m.a.s. del modelo cúbico normal, μ desconocido.

1. Encuentre la densidad de una v.a. que distribuye cúbica normal.
2. Encuentre el estimador de máxima verosimilitud $\hat{\mu}$
3. Considere las hipótesis

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad \text{vs} \quad H_1 : \mu < \mu_0$$

expresé la región crítica y la función de potencia para la regla que rechaza H_0 si $\hat{\mu} < C$.

4. Calcule explícitamente la región crítica si se requiere un test de tamaño α .
5. Construya un intervalo de confianza para μ de nivel de confianza $1 - \alpha$, compare su resultado con la parte anterior.

Problema 2 [Test con Estadístico Z].- Un científico está midiendo fuerzas, pero sus mediciones están sobre estimadas, sea $X_i \sim U(0, \theta)$ el error de la medición $i = 1, \dots, n$, que supondremos independientes. El científico cree que el error no es tan alto, y para eso plantea las hipótesis

$$H_0 : \theta \leq 1$$

$$H_1 : \theta > 1$$

Consideramos la regla de decisión que rechaza H_0 si $\bar{X} > C$.

1. Encuentre la función de potencia del test usando TCL.
2. Sea $\alpha \in (0, 1)$, encuentre el valor de C que garantiza que el error de tipo I es menor a α .
3. Encuentre el p -valor del test para los datos.

Problema 3.- Considere una v.a. con densidad $f_Y(y) = cy\mathbb{1}_{\{0 \leq y \leq a\}}$ donde c es una constante y a es un parámetro desconocido. Se tiene un m.a.s. Y_1, \dots, Y_n y se plantean las siguientes hipótesis

$$H_0 : a = 1$$

$$H_1 : a > 1$$

se utiliza la regla de decisión que rechaza H_0 si algún Y_i es mayor a un número b .

1. Expresé los errores de tipo I y tipo II para este test.
2. Dado un nivel α para el error de tipo I encuentre un buen b .
3. Ahora suponga que la regla de decisión es rechazar H_0 si todos los Y_i son mayores que 0.9. Si en los datos se obtuvo que todas las realizaciones fueron mayores a 0.9, calcule el p -valor del test y concluya si hay que rechazar o no.