



Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Profesor: Daniel Remenik
Prof. Auxiliar: Alberto Vera Azócar

Probabilidades y Estadística Clase Auxiliar 15 - Test de Hipótesis

25 de julio de 2013

Problema 1 [Región Crítica Ideal].- Sea X una v.a. con distribución uniforme tal que $X \sim U(0, \theta)$. Se tiene un m.a.s. X_1, \dots, X_n . Sea θ el parámetro de la distribución, se plantea el siguiente test de hipótesis:

$$H_0 : \theta \in [1, 2]$$

$$H_1 : \theta \notin [1, 2]$$

Françoise, una entusiasta de la estadística, propone la regla de decisión $\rho : \mathbb{R}_+^n \rightarrow \{0, 1\}$ siguiente:

$$\rho(x_1, \dots, x_n) = \begin{cases} 0 & \text{si } \max\{x_1, \dots, x_n\} \in [0.9, 2.1] \\ 1 & \sim \end{cases}$$

1. Proponga un modelo paramétrico para el caso de estudio.
2. Exprese la región crítica, obtenga la función de potencia.
3. Dada la regla ρ , ¿cuál error es el más grave para Françoise?

Indicación: Relacione la función de potencia con los errores de tipo I y errores de tipo II.

Problema 2 [El p-valor].- Un inspector de juegos de azar, observa la ruleta del casino de Viña del Mar¹ y sospecha que está cargada. En los 114 lanzamientos que contabilizó, el doble cero salió 5 veces. Considere las siguientes hipótesis:

$$H_0 : \text{La ruleta no está cargada hacia el doble cero}$$

$$H_1 : \text{La ruleta sí está cargada hacia el doble cero}$$

1. Utilizando un modelo paramétrico adecuado reformule las hipótesis.
2. El inspector decidirá H_1 si es que la probabilidad de que una ruleta balanceada haya obtenido tales resultados (o unos más extremos) es menor al 1%. Usando la regla de decisión anterior concluya.

Nota: Al realizar test estadísticos más avanzados, el p-valor es la principal herramienta, aunque hay que usarlo con criterio ya que en manos inexpertas se da a malas interpretaciones.

Problema 3 [Test con Estadístico Z].- Un científico está midiendo fuerzas, pero sus mediciones están sobre estimadas, sea $X_i \sim U(0, \theta)$ el error de la medición $i = 1, \dots, n$, que supondremos independientes. El científico cree que el error no es tan alto, y para eso plantea las hipótesis

$$H_0 : \theta \leq 1$$

$$H_1 : \theta > 1$$

Consideramos la regla de decisión que rechaza H_0 si $\bar{X} > C$.

¹La ruleta anglosajona tiene 38 números, del 0 al 36 y el doble cero.

1. Encuentre la función de potencia del test usando TCL.
2. Sea $\alpha \in (0, 1)$, encuentre el valor de C que garantiza que el error de tipo I es menor a α .
3. Encuentre el p -valor del test para los datos.

Problema 4.- Considere una v.a. con densidad $f_Y(y) = cy\mathbf{1}_{\{0 \leq y \leq a\}}$ donde c es una constante y a es un parámetro desconocido. Se tiene un m.a.s. Y_1, \dots, Y_n y se plantean las siguientes hipótesis

$$H_0 : a = 1$$

$$H_1 : a > 1$$

se utiliza la regla de decisión que rechaza H_0 si algún Y_i es mayor a un número b .

1. Exprese los errores de tipo I y tipo II para este test.
2. Dado un nivel α para el error de tipo I encuentre un buen b .