Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Profesor: Daniel Remenik
Prof. Auxiliar: Alberto Vera Azócar

Probabilidades y Estadística
Clase Auxiliar 11 - Teoremas Límites

30 de mayo de 2013

Problema 1 [Aproximación Usando TCL].- Se pide aproximar las probabilidades de los siguientes eventos

1. Un dado justo de 6 caras se lanza repetidas veces hasta que la suma supere 300. ¿Cuál es la probabilidad de que se necesite lanzarlo al menos 80 veces?

2. Se tienen 100 ampolletas, cada una dura un tiempo exponencial de media 5$[hrs]$ independiente de las demás. Si las ampolletas se usan de a una y cuando falla alguna se reemplaza inmediatamente por otra ¿cuál es la probabilidad de que pasadas 525 horas haya una ampolleta funcionando?

Problema 2 [Producción de Piezas].- Una empresa fabricadora de piezas de construcción tiene de tres tipos: liviana (con peso menor a 0.5) que se vende en 200, pesada (peso mayor a 1.5) que se vende en 100 y las piezas excelentes (peso entre 0.5 y 1.5) que se venden en 300. Hay dos máquinas que fabrican piezas de forma totalmente independiente. La máquina 1 fabrica a la pieza n con un peso $\frac{X}{n}$ donde $X \sim Gamma(n, 1)$.
La máquina 2 fabrica todas las piezas con un peso $T \sim \mathcal{U}(0, 2)$

1. Aproxime la probabilidad de que la máquina 1 fabrique a la pieza n de forma excelente.

2. Estudie si es posible asegurar que el 99 % de las piezas fabricadas por la máquina 1 serán excelentes a partir de algún n.

3. Considere la máquina 2. ¿Cuántas piezas debe producir la máquina si se quiere que con probabilidad 0.9 la utilidad sea mayor a $40 \cdot 225$?

Indicación: Puede servirle que $\Phi^{-1}(0.005) \approx -2.57$, $\Phi^{-1}(0.1) \approx -1.28$ y que $\sqrt{6875} \approx 82.91$

Problema 3 [Ley de Grandes Números].- Considere el experimento donde se elige N veces de forma independiente un número al azar en el intervalo $[0, 1]$ y otro número en $[0, 2]$. Sean X_n, Y_n las v.a. que dicen el número que se sorteó la n-ésima vez. Llamemos Z_N al promedio de todos los números sorteados en las N veces, se pide estudiar

$$\lim_{N\to\infty} Z_N$$