



Universidad De Chile
Facultad De Ciencias Físicas y Matemáticas
Profesor: Daniel Remenik
Prof. Auxiliar: Alberto Vera Azócar

Probabilidades y Estadística Clase Auxiliar 4 - Variables Aleatorias

11 de abril de 2013

Problema 1 [Extracción Viciada].- Se tiene una urna A con n bolitas blancas y otra urna B con n negras. Se elige un número k al azar entre 0 y n , luego se añaden k bolitas negras a la urna A . Ahora se sacan bolitas de la urna A hasta observar una blanca. Defina X como la v.a. que dice cuántas bolitas se sacan de A para terminar el experimento. Encuentre la ley de X .

Problema 2 [Decisión Justa].- Dos amigos disputan entre la alternativa A y la B . Deciden resolver al azar, para ésto cuentan con una moneda (que puede ser justa o no) y proponen el experimento de lanzarla dos veces, si sale (cara,sello) gana la opción A , si sale (sello, cara) gana B y si no sale ninguna de las anteriores vuelven a repetir el experimento.

1. Defina la v.a. X igual al número de intentos necesarios para poder decidir por alguna opción y dé su ley.
2. Muestre que según el experimento la probabilidad de que gane la opción A es $\frac{1}{2}$

Problema 3 [Binomial Negativa].- Considere el experimento de lanzar una moneda que sale cara con probabilidad p hasta observar r cruces. Sea X la v.a. aleatoria que dice el número de caras observadas antes de las r cruces.

1. Dé la ley de X .
2. Calcule $\mathbb{E}(X)$.

Problema 4 [Problemas Básicos].-

1. De un empaque de 20 productos se sabe que hay 4 defectuosos. Se toman 2 productos al azar y se examinan. Calcule el número esperado de productos defectuosos.
2. Un vendedor de diarios compra los periódicos a 10 [u.m.] y los vende a 15 [u.m.], su demanda diaria es una v.a. con distribución binomial de parámetros $n = 3, p = \frac{1}{3}$. Asuma que los diarios que no se venden se pierden. ¿Cuántos diarios debe comprar para maximizar su retorno esperado?
3. Un (mal) alumno contesta toda la p.s.u. al azar (no omite ninguna), suponiendo que por cada incorrecta le restan $\frac{1}{4}$ de punto y por cada correcta suma 1 punto calcule la esperanza de su puntaje.

Problema 5 [Paradoja de St. Petersburg].- Considere el juego de apuestas de lanzar una moneda hasta que salga cara. Si la primera cara ocurre en el lanzamiento i se paga al apostante p^{-i} [u.m.] donde p es la probabilidad de que la moneda aterrice en cara. Muestre que $\mathbb{E}(X) = \infty$.