



Universidad De Chile
Facultad De Ciencias Físicas y Matemáticas
Profesor: Daniel Remenik
Prof. Auxiliar: Alberto Vera Azócar

Probabilidades y Estadística Clase Auxiliar 2 - Probabilidad Condicional

28 de marzo de 2013

Problema 1 [El Coleccionista De Cupones].- Pedro está llenando el álbum de Dragon Ball Z, que tiene N láminas distintas. Pedro compra las láminas de a una en su quiosco favorito, siempre le dan una lámina totalmente al azar y cualquier lámina tiene la misma probabilidad de salir.

- Calcule la probabilidad de que Pedro complete el álbum una vez que compra la lámina k para $k = 0, 1, \dots, N, N + 1$.
- Suponga que Pedro ya lleva k láminas compradas, ¿cuál es la probabilidad de que tenga al menos una repetida?

Problema 2 [Paseo Aleatorio].- Considere el siguiente modelo para el precio de una acción: dado $p \in (0, 1)$, cada día la acción aumenta en 1 con probabilidad p o bien baja en 1 con probabilidad $1 - p$. Cada día varía independientemente de los demás, suponga que hoy la acción vale 10.

- ¿Cuál es la probabilidad de que en 2 días más la acción siga en valor 10?
- ¿Cuál es la probabilidad de que en 3 días más la acción esté en 11?
- Si en 3 días más la acción vale 11, ¿cuál es la probabilidad de que el primer día haya aumentado el precio?

Nota: Esta es una versión simplificada del proceso estocástico más famoso de todos los tiempos, el movimiento Browniano, o bien paseo del borracho.

Problema 3 [Condicionamiento].-

- Se estima que en 1 de cada 6 accidentes de tránsito fatales el conductor no llevaba cinturón de seguridad. Además se sabe que 9 de cada 10 personas usa el cinturón de seguridad. ¿Cómo cambia la probabilidad de tener un accidente fatal si se usa o no cinturón de seguridad?
- Se lanzan dos dados y se observa que suman i , ¿cuál es la probabilidad de que al menos en uno haya salido un 6 para $i = 2, 3, \dots, 12$?
- De un naipe inglés se extraen 3 cartas, ¿cuál es la probabilidad que la primera sea corazón dado que la segunda es corazón? ¿y si la segunda y tercera son corazón?
- Se tienen 10 monedas, la moneda i sale cara con probabilidad $\frac{i}{10}$. Se selecciona al azar una moneda, se lanza y cae cara. Calcule la probabilidad de que se haya seleccionado la quinta moneda.

5. Se tienen n servidores web, cada uno falla independientemente de los demás con probabilidad $p \in (0, 1)$. Los usuarios pueden revisar sus correos mientras al menos uno esté funcionando. Si Pedro logra revisar su correo ¿cuál es la probabilidad de que el servidor 1 esté funcionando? Interprete el resultado cuando $n \rightarrow \infty$.

Problema 4 [Probabilidades Totales].- La urna A tiene 2 bolitas blancas y 4 negras, mientras que la urna B contiene 1 blanca y 1 negra. Se toma una bolita al azar de la urna A y se coloca en la B, luego se saca al azar una bolita de la urna B.

1. Calcule la probabilidad de que la bolita elegida de la urna B sea blanca.
2. Sabiendo que se sacó una bolita blanca de la urna B, calcule la probabilidad de que se haya extraído una bolita blanca de la urna A.
3. Ahora suponga que la bolita extraída de la urna B fue blanca, a continuación se vuelve a colocar en la urna B y se saca otra bolita que también resulta ser blanca. ¿Cuál es la probabilidad de se haya transferido de la urna A una bolita blanca?

Problema 5 [Tea Lady].- Una dama asegura que puede saber si a su té con leche lo sirvieron poniendo primero la leche y luego el té o si lo hicieron de la otra forma. Para probarla deciden hacerla degustar 5 tazas preparadas al azar. Supongamos que la dama está mintiendo y no sabe distinguir las

- (i) ¿Cuál es la probabilidad de que acierte en todas si elige al azar?
- (ii) Sea $p \in [0, 1]$, ¿Cuál es la probabilidad de que acierte en todas si con probabilidad p dice que le echaron primero leche?

Nota: Esta historia es verídica y fue la que inspiró a Ronald Fisher para investigar en el análisis estadístico.