



Universidad De Chile
Facultad De Ciencias Físicas y Matemáticas
Profesor: Daniel Remenik
Prof. Auxiliar: Alberto Vera Azócar

Probabilidades y Estadística Clase Auxiliar 1 - Conteo y Combinatoria

25 de marzo de 2013

Problema 1 [El Coleccionista De Cupones].- Pedro está llenando el álbum de Dragon Ball Z, que tiene N láminas distintas. Pedro compra las láminas de a una en su quiosco favorito, siempre le dan una lámina totalmente al azar y cualquier lámina tiene la misma probabilidad de salir.

- (a) Calcule la probabilidad de que Pedro complete el álbum una vez que compra la lámina k para $k = 0, 1, \dots, N, N + 1$.
- (b) Suponga que Pedro ya lleva k láminas compradas, ¿cuál es la probabilidad de que tenga al menos una repetida?

Problema 2 [Soluciones de la Ecuación].- En un terminal hay 4 taxis disponibles (A, B, C y D) y hay 16 personas esperando, el encargado decide asignar las personas a los taxis tomando una asignación de entre todas las posibles (totalmente al azar).

- (a) Calcule la probabilidad de que el taxi A quede sin pasajeros.
- (b) Ahora suponga que los taxistas imponen la restricción de llevar al menos 1 pasajero en los taxis A y B , al menos 2 en el C y al menos 3 pasajeros en el D . ¿Cuál es la probabilidad de que el taxi A lleve 10 pasajeros?

Nota: En la optimización combinatorial se tienen problemas de gran magnitud, donde las soluciones posibles (conjuntos de soluciones) crecen de manera exponencial, a pesar de ser finitas, no es computacionalmente posible visitarlas todas.

Problema 3 [Ordenamientos Restrictos].- En una banca para 8 personas se disponen a sentar 8 amigos.

- (a) Claudia y Alejandra no pueden sentarse juntas, pues siguen enojadas desde que pelearon por culpa de José Pedro. ¿De cuántas formas se pueden sentar los 8 amigos?
- (b) Suponga que hay 4 parejas y todos quieren sentarse al lado de su amado(a). ¿De cuántas formas se pueden sentar? (Ahora considere que Claudia y Alejandra ya resolvieron su rencilla).

Problema 4 [Elementos Distinguibles Por Grupos].- En una disputa contra una empresa, los dirigentes sociales son 20 (cinco por cada sindicato). Para una de las negociaciones los dirigentes proponen que vaya un comité de solo 4 personas y que se elija totalmente al azar.

- (a) Calcule la probabilidad de que el comité contenga a un integrante de cada sindicato.
- (b) ¿De cuántas personas debe ser el comité para asegurar que haya al menos una persona de cada sindicato?

Problema 5 [Tea Lady].- Una dama asegura que puede saber si a su té con leche lo sirvieron poniendo primero la leche y luego el té o si lo hicieron de la otra forma. Para probarla deciden hacerla degustar 5 tazas preparadas al azar. Supongamos que la dama está mintiendo y no sabe distinguirlos

- (i) ¿Cuál es la probabilidad de que acierte en todas si elige al azar?
- (ii) Sea $p \in [0, 1]$, ¿Cuál es la probabilidad de que acierte en todas si con probabilidad p dice que le echaron primero leche?

Nota: Esta historia es verídica y fue la que inspiró a Ronald Fisher para investigar en el análisis estadístico.

Problema 6 [Problemas de Conteo].-

- (a) Se sacan 13 cartas de un mazo de 52, definamos $C :=$ “Sale el As de corazones” y $A :=$ “Sale exactamente un AS”. Muestre que $\mathbb{P}(A|C) = \mathbb{P}(A)$.
- (b) Un alumno no estudió nada para la p.s.u. y decidió contestarla al azar (i) ¿de cuántas formas puede contestarla si decidió responder las 70 preguntas? (ii) ¿de cuántas formas puede hacerlo si ahora puede omitir preguntas?
- (c) De un naipe inglés (52 cartas) se eligen dos, (i) ¿cuál es la probabilidad de que la primera sea un AS y la segunda no sea una reina? (ii) ¿cuál es la probabilidad de que la primera sea un trebol y la segunda no sea una reina?
- (d) Se lanza una moneda n veces al aire. Sea $m < n$, ¿de cuántas formas de pueden obtener al menos m caras de los n lanzamientos?
- (e) De cuántas formas distintas se puede ordenar la palabra MURCIELAGO de modo que no queden ni dos vocales juntas, ni dos consonantes juntas.