MA1101 Semestre Otoño 2013.
Profesor de Cátedra: Raúl Gouet.
Profesor Auxiliar: Sebastián Tapia.

Auxiliar No 14: Matrices Simétricas y Forma Canónica.

Jueves 1 de Agosto.

P1. Sea $A \in \mathcal{M}_{n,n}(R)$ simétrica, demuestre que:

$$A = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i v_i^t$$

Donde los λ_i son valores propios de A y v_i un vector propio asociado a λ_i y $\{v_i\}_{i=1}^n$ forman una base ortonomal de $\mathbb{R}^n$. Primero estudie las matrices vv^t.

P2. Sea $A \in \mathcal{M}_{n,n}(R)$ simétrica, pruebe que la matriz $I - A$ es definida positiva si y sólo si todos los valores propias de A son menores estrictos que uno.

P3. Dadas las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 3 \\ 0 & 3 & 10 \end{pmatrix}$$

a) Determine si son o no definidas positivas.
b) Obtenga la descomposición de Cholesky de B.
c) Realice un cambio de variable de la forma cuadrática $f(x) = x^t Ax$ para llevarlo a su forma canónica (i.e. suma y restas de cuadrados).

P4. .
a) Muestre que si λ es un valor propio real de A, una matriz antisimétrica, entonces $\lambda = 0$.
b) Sea V un e.v. y $f : V \to V$ función lineal tal que $f = f \circ f$. Muestre que $V = Ker(f) \oplus Im(f)$.