MA1101-5 - Introducción al Álgebra Semestre 2013-01
Profesor: Jaime Ortega
Auxiliares: Simón Piga

Auxiliar Extra
Pre-examen

P1. a) Demuestre que

$$\sum_{k=0}^{n} k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

b) Demuestre que $p(x) = \sum_{j=1}^{6} \frac{(-1)^j}{(j+1)^2}\left(\sum_{k=1}^{j} 4k^3 x^{j-1}\right)$ es un polinomio y que, de hecho:

$$p(x) = 36x^5 - 25x^4 + 16x^3 - 9x^2 + 4x - 1$$

Revise si tiene raíces enteras.

P2. Sea $\sim$ una relación en $\mathbb{C}$ tal que

$$z \sim \omega \Leftrightarrow \exists n \in \mathbb{N},\ n \leq min\{|z|, |\omega|\} \wedge max\{|z|, |\omega|\} \leq n+1$$

Demuestre que es de equivalencia, e identifique la partición del plano $\mathbb{C}$omplejo

P3. a) Encuentre todas las raíces de

$$x^4 + 4x^3 - 4x - 1$$

b) Demuestre que el polinomio $q(x) = x^2 + x + 1$ divide al polinomio $p(x) = x^{3n} + x^{3m+1} + x^{3k+2}$

P4. Sea $\preceq$ una relación de orden sobre $\mathbb{R}[x]$ tal que:

$$p(x) \preceq q(x) \Leftrightarrow \{\forall x \leq 0,\ q(x) \leq p(x)\} \wedge \{\forall x \geq 0;\ p(x) \leq q(x)\}$$

Demuestre que es un orden parcial.

P5 Sea $(G, \cdot)$ un grupo y sea H un subgrupo de G. Para $x \in G$ se define $x \cdot H = \{x \cdot h \mid h \in H\}$, Demuestre que:

a) Para cada $x \in G$ se tiene que: $x \in H \Leftrightarrow x \cdot H = H$

b) Para $y \in G \setminus H$ se tiene que $(y \cdot H) \cap H = \emptyset$.