

MA1101-1 - Introducción al álgebra. Semestre 2013-01

Profesor: Jaime Ortega.

Auxiliares: Simón Piga

Clase auxiliar 08

Estructuras Algebraicas y Algo de Cardinalidad

P1. Sea A un conjunto cualquiera. Demuestre que:

$$|A| < |\mathcal{P}(A)|$$

P2. Sea $C = \{\text{Piedra, Papel, Tijera}\}$

Defina la operación: $* : C \times C \rightarrow C$, tal que a cada pareja le asigna el ganador según las reglas del juego del 'cachipún'.

Demuestre que no es asociativo, pero sí conmutativo.

P3. Se define en \mathbb{N} la siguiente operación:

$$n \circ m = n10^{D(m)} + m$$

Donde $D(m)$ es la cantidad de decimales de m .

- a) Demuestre que \circ no es conmutativa.
- b) Demuestre que tiene un neutro por la izquierda, pero no por la derecha.
- c) Demuestre que no es asociativa.
- d) Demuestre que para todo $a \in \mathbb{Z}$ la operación \circ es cerrada sobre los múltiplos de a .
(el conjunto de múltiplos de a se define como $M_a = \{na \mid n \in \mathbb{N}\}$)

P4. Sea $X \neq \emptyset$ un conjunto cualquiera y $x_0 \in X$ fijo. Se define en $\mathcal{P}(X)$ la operación $* : \mathcal{P}(X) \times \mathcal{P}(X) \rightarrow \mathcal{P}(X)$ de la forma:

$$A * B = \begin{cases} A \cup B & \text{si } x_0 \in A \cup B \\ (A \cup B)^c & \text{si } x_0 \notin A \cup B \end{cases}$$

- a) Demuestre que $*$ en general no tiene neutro.
- b) Demuestre que $*$ en general no es Asociativa.
- c) Demuestre que en el conjunto $\mathcal{P}_0(X) = \{C \subseteq X \mid x_0 \in C\}$ la operación $*$ es cerrada, es asociativa y tiene un neutro, pero que no es así en $\mathcal{P}_0^c(X)$.