

MA1101-1 - Introducción al álgebra. Semestre 2013-01**Profesor:** Jaime Ortega.**Auxiliares:** Simón Piga**Clase auxiliar 06**
Sumatorias**P1.** Demuestre que:

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2$$

Recuerde que: $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

P2. a) Calcule la sumatoria:

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}$$

b) Sea $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ tal que:

$$\forall x, y \in \mathbb{R}^+; \quad f(x \cdot y) = f(x) + f(y)$$

Calcule $\sum_{i=1}^n f\left(1 + \frac{1}{i}\right)$

Utilice la fórmula que acaba de encontrar para calcular:

$$\sum_{n=1}^m \log\left(1 + \frac{1}{n}\right)$$

P3. Para todo $n \in \mathbb{N}$ se define:

$$S_n = \sum_{k=1}^n k r^k$$

El objetivo de este ejercicio es encontrar para todo r , una fórmula explícita para calcular S_n que no utilice sumatorias.

a) Demuestre que:

$$S_n = r(S_n - n r^n) + \sum_{k=0}^{n-1} r^{k+1}.$$

b) Considere $r \neq 1$. Utilice lo anterior para demostrar que:

$$S_n = \frac{r - (n+1)r^{n+1} - nr^{n+2}}{(1-r)^2}$$

c) Estudie el caso en que $r = 1$