

MA1101-1 - Introducción al álgebra. Semestre 2013-01

Profesor: Jaime Ortega.

Auxiliares: Simón Piga

Clase auxiliar 05

Inducción y Sumatorias

P1. Demuestre que $\forall n \geq 1$

$$\sum_{i=1}^{n+1} \frac{1}{n+i} \leq \frac{5}{6}$$

P2. Probar utilizando inducción que $\forall n \geq 10$ se tiene que $n^3 < 2^n$.

P3. Demuestre que $\forall n \geq 1$ y $\forall x \neq 1$

$$(1+x)(1+x^2)(1+x^4) \dots (1+x^{2^{n-1}}) = \frac{x^{2^n} - 1}{x - 1}$$

P4. Se definen los números armónicos como:

$$H_k = \sum_{n=1}^k \frac{1}{n}$$

Demuestre que:

a) $\forall k \in \mathbb{N}, H_{2^k} \leq k + 1$

b) $\forall n \in \mathbb{N}, \sum_{i=1}^n H_i = (n+1)H_n - n$