

MA1101-1 - Introducción al Álgebra

18.07.2013

Auxiliar 12

Profesor: *Pablo Dartnell*Auxiliar: *Leonel Huerta*

P1. (a) Expresé en su forma $a + bi$ los complejos:

$$(1 - i)^4(1 + i)^4 \quad \text{y} \quad 1 + i + \frac{i-1}{|1-i|^2+i}$$

(b) Sean $s, u, v \in \mathbb{C}$ tales que: $s = u - v$.

Sea ϕ el ángulo entre u y v .

Demuestre que:

$$|s|^2 = |u|^2 + |v|^2 - 2|u||v|\cos\phi$$

P2. (a) Sea $z \in \mathbb{C}$, pruebe que:

$$|z + i| = |z - i| \Leftrightarrow z \in \mathbb{R}$$

(b) Muestre que el conjunto de todos los complejos $z \in \mathbb{C}$ tales que:

$$\left| \frac{z-2}{z+1} \right| = 2$$

es una circunferencia en el plano complejo.

Determine su centro y su radio.

P3. *Control 6, 2012*

(a) Encuentre la parte real e imaginaria de:

$$(-1 + i\sqrt{3})^{3n} + (-1 - i\sqrt{3})^{3n}, \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

(b) Sea $w \in \mathbb{C}$ una raíz cúbica de la unidad, con $w \neq 1$.

Pruebe que:

$$(1+w)^3 + (1+w^2)^9 + (1+w^3)^6 = 62$$

Indicación: Puede ser útil usar las propiedades de las raíces de la unidad.