



Control Recuperativo

P1. Sea E un conjunto numerable. En $P(E)$ se define la relación \mathfrak{R} por:

$$A\mathfrak{R}B \Leftrightarrow \exists f : A \rightarrow B, \text{ biyectiva.}$$

(i)(3ptos) Pruebe que \mathfrak{R} es una relación de equivalencia.

(ii)(3ptos) Demuestre que la clase de equivalencia de un conjunto infinito $A \in P(E)$, es la colección de los subconjuntos numerables de E , es decir, $[A]_{\mathfrak{R}} = \{X \subseteq E / X \text{ es numerable}\}$. Indique (justificando), dos elementos distintos en $[A]_{\mathfrak{R}}$, si $A \neq E$.

P2.(a) (i)(2ptos) Demuestre usando inducción que: $\sum_{k=1}^n k^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2, \forall n \geq 1$.

(ii)(2ptos) Considere la suma

$$S = 1 + \frac{1+8}{4} + \frac{1+8+27}{9} + \dots + \frac{1+8+27+\dots+n^3}{n^2}$$

Escriba S como sumatoria doble y calcule su valor.

(b) (2ptos) Sea $A \neq \emptyset$ un conjunto y $*$ una ley de composición interna asociativa en A . Demuestre que el conjunto de los elementos cancelables de A es cerrado, es decir, si a, b son cancelables en A , entonces $a * b$ es cancelable en A .