MA1101-1 - Introducción al Álgebra **16.05.2013**

Auxiliar 9

Profesor: *Pablo Dartnell* Auxiliar: *Leonel Huerta*

P1. Se define en $\mathbb{R}^2$ la ley de composición interna $\star$ por:

$$\forall (a,b),(c,d) \in \mathbb{R}^2, \quad (a,b) \star (c,d) = (ac, bc+d).$$

Se pide:

(a) Estudiar la conmutatividad de $\star$ en $\mathbb{R}^2$.

(b) Estudiar la asociatividad de $\star$ en $\mathbb{R}^2$.

(c) Determine el neutro en $\mathbb{R}^2$ para $\star$.

(d) Determine qué elementos son invertibles para $\star$ y calcule sus inversos.

(e) Determine los elementos idempotentes para $\star$ en $\mathbb{R}^2$.

P2. Sea $\mathcal{F} = \{f : \mathbb{N} \to \mathbb{R} \mid f \text{ es función } \}$. Se define en $\mathcal{F}$ la ley de composición interna $*$ por:

$$(f*g)(n) = \sum_{k=0}^{n} f(k)g(n-k), \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

Demuestre que:

(a) $*$ es conmutativa.

(b) $(\mathcal{F}, *)$ posee elemento neutro. Encuéntrelo.

(c) $*$ distribuye con respecto a la suma de funciones: $(f+g)(n) = f(n) + g(n)$.

P3. *Control 5, 2008*
Sea $(S,*)$ una estructura algebraica con neutro e y $*$ una operación asociativa. Para $a \in S$ fijo, invertible para $*$ y con inverso $a^{-1} \in S$ se define la operación $\triangle$ en S por:

$$\forall x,y \in S, \quad x \triangle y = x * a * y.$$

(i) Demuestre que la ley $\triangle$ es asociativa, tiene neutro y calcúlelo.

(ii) Caracterice los elementos invertibles para $\triangle$ y calcule el inverso de a con respecto a $\triangle$. Justifique sus respuestas.

(iii) Si $(S,*)$ es grupo, decida si $(S,\triangle)$ también lo es. Justifique.