

**MA1101 Introducción al Álgebra - Semestre Otoño 2013****Prof. Cátedra:** Mauricio Telias**Prof. Auxiliar:** César Vigouroux

# Auxiliar # 6

Viernes 26 de Abril

**P1.** Pruebe por inducción los siguientes resultados:

- a) El producto de tres números naturales consecutivos es divisible por 6.
- b)  $\forall m \geq 1$  se tiene que:  $5^{2m+1} + 7^{2m+1}$  es divisible por 6
- c)  $\forall n \geq 2$  se tiene que:  $n^n \geq 2n!$

**P2.** Demuestre usando inducción que:  $\forall n \in \mathbb{N}^*$  se tiene:

- a)  $\sum_{k=0}^n k^3 = \left[ \frac{n(n+1)}{2} \right]^2$
- b)  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k}} < 2\sqrt{n}$
- c)  $\sum_{k=n+1}^{2n} \frac{1}{k} = \sum_{k=1}^{2n} \frac{(-1)^{k+1}}{k}$

**P3.** Sea  $E$  un conjunto no vacío y  $\ll$  un orden total sobre  $E$ . Probar que si  $A$  es un subconjunto finito no vacío de  $E$  entonces, existe  $a \in A$  tal que para cada  $b \in A$ ,  $a \ll b$   
Indicación: Utilice inducción sobre el número de elementos de  $A$ .

**P4.** Pruebe por inducción los siguientes resultados:

- a)  $\forall n \in \mathbb{N}$  La suma de los ángulos interiores de un polígono de  $n$  lados es  $(n-2) \cdot 180$
- b) La sucesión de Fibonacci se define como  $f_{n+1} = f_n + f_{n-1}$ ,  $f_1 = f_2 = 1$ . Pruebe que  $\forall n \in \mathbb{N}$  se tiene:  $f_n < \left( \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n$