MA1101 Semestre Otoño 2013
Prof. Cátedra: Mauricio Telias
Prof. Auxiliar: César Vigouroux

Auxiliar # 1

Martes 19 de Marzo

$\boxed{\text{P1.}}$ Determinar el valor de verdad de las proposiciones p, q, r, s, t, si se sabe que la siguiente proposición es Falsa:

$$[(p \Leftrightarrow q) \wedge \overline{(r \Rightarrow s)} \wedge \bar{t}] \Rightarrow [s \vee (q \Rightarrow s)]$$

$\boxed{\text{P2.}}$ Demuestre que la siguiente expresión es una tautología:

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s)] \Rightarrow [(p \wedge r) \Rightarrow (q \wedge s)]$$

$\boxed{\text{P3.}}$ Se define el conectivo lógico binario $\star$ a través de la siguiente tabla de verdad:

p	q	$p \star q$
V	V	F
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Demuestre que:
a) $\bar{p} \Leftrightarrow p \star p$
b) $p \vee q \Leftrightarrow (p \star q) \star (p \star q)$
c) $p \wedge q \Leftrightarrow (p \star p) \star (q \star q)$
d) $p \star q \Leftrightarrow [(p \Leftrightarrow q) \wedge \overline{(p \wedge q)}]$

$\boxed{\text{P4.}}$ **a)** Considere las siguientes proposiciones:

$$p : (\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R})(x \leq y)$$

$$q : (\forall x \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{R})(x \leq y)$$

Indique el valor de verdad de p y q y escriba sus negaciones
.

b) Considere la proposición:

$$p \Leftrightarrow [(\exists x_0 \in \mathbb{R})(\exists \varepsilon > 0)(\forall x \in (x_0 - \varepsilon, x_0 + \varepsilon))] f(x_0) \leq f(x)$$

Para las funciones: $f(x) = x$ y $f(x) = x^2$ decidir el valor de verdad de p.

$\boxed{\text{P5.}}$ Sean A, B y C conjuntos, subconjuntos de un universo U. Pruebe que:

a) $(A \cap B) \subseteq C \Rightarrow (A \cap C^c) \subseteq B^c$

b) $A = [(A \cup B) \setminus B] \cup (A \cap B)$

$\boxed{\text{P6.}}$ **a)** Sea $B \subseteq U$, demuestre que:

$$(\forall A \subseteq U)(A \cup B = A) \Rightarrow B = \emptyset$$

b) Sean A, B, C y D conjuntos, demuestre que:

$$(B \setminus A) \subseteq C \Rightarrow (D \setminus C) \subseteq (D \setminus B) \cup A$$

$\boxed{\text{P7.}}$ **a)** Sean E,F conjuntos. Demuestre que

$$E = [(E \cup F) \setminus F] \cup (E \cap F)$$

b) Sean A,B subconjuntos de U (universo), demuestre que:

$$X \cup A = Y \cup A \wedge X \cap A = Y \cap A \Leftrightarrow X = Y$$

Indicacion: Use la parte a)

$\boxed{\text{P8.}}$ Sea U un conjunto universo y $A, B \subseteq U$ conjuntos, todos distintos del conjunto vacío. Pruebe que:

$$A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow P(A) \cap P(B) = \{\emptyset\}$$

$\boxed{\text{P9.}}$ Sea U un conjunto universo y $A \subseteq U$ distinto de vacío.
Se define un nuevo conjunto:

$$M = \{X \in P(U) : A \cap X = \emptyset\}$$

Muestre que:

a) $\{\emptyset, A^c\} \subseteq M$

b) $A \in M \Leftrightarrow A = \emptyset \Leftrightarrow M = P(U)$

c) $\forall X \in M)(\forall Y, \in P(U))X \in Y \in M$

d) $[(X \in M) \wedge (Y \in M)] \rightarrow [(X \setminus Y) \cup (Y \setminus X)] \in M$

$\boxed{\text{P10}}$. Sean A, B y C conjuntos, demuestre que:

a) $A \triangle B = A \triangle C \Leftrightarrow B = C$

b) $A \triangle B = C \Leftrightarrow B = A \triangle C$

$\boxed{\text{P11}}$. Sean $A, B, C \subseteq U$. Pruebe que:

a) $(A \Delta B) \cup (B \Delta C) = (A \cup B \cup C) \setminus (A \cap B \cap C)$

b) $A \Delta C \subseteq (A \Delta B) \cup (B \Delta C)$