

Auxiliar 4 - Geometría: 11 de abril

Profesores: Roberto Cominetti C., Victor Bucarey L.

Auxiliares: Alberto Vera A, Giorgiogiulio Parra De B, Juan Ignacio Neme, Pastor Lyon R, Paz Obrecht I

Problema 1: Nociones básicas

1. Sea $P \subseteq \mathbb{R}^n$ poliedro, muestre que x es punto extremo ssi $\nexists y, z \in P \setminus \{x\}$ tal que $x = \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}z$.
2. Sean $x^1, \dots, x^k \in \mathbb{R}^n$ y sea S el sub-espacio generado por éstos puntos. Muestre que si no hay n vectores l.i. (de entre los k), $\exists d \in \mathbb{R}^n$ ortogonal a S .
3. Sea $P := \{x \in \mathbb{R}^n | Ax = b, 0 \leq x \leq u\}$, donde $A \in \mathbb{R}^{m \times n}, b \in \mathbb{R}^m$ y $u \in \mathbb{R}^n$. Caracterice las soluciones básicas factibles de P .

Problema 2: Mínimo es convexo

Sean $c \in \mathbb{R}^n, A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, denotemos por $1_n \in \mathbb{R}^n$ al vector de unos y considere la función f definida por

$$f(y) := \begin{array}{ll} \min_{x \in \mathbb{R}^n} & c'x \\ \text{s.a} & Ax \geq 0 \\ & 1'_n x \leq y \\ & x \geq 0 \end{array}$$

1. Muestre que $\forall y \in \mathbb{R}_{\geq 0}, f(y)$ está bien definida.
2. Muestre que $f : \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}$ es decreciente y convexa.

Problema 3: Adyacencia

Sea P en forma estándar, sean $x \neq y \in \mathbb{R}^n$ adyacentes

1. Muestre que existen bases adyacentes que determinan a x e y respectivamente.
2. Estudie la afirmación: toda base que determina a x es adyacente a una base que determine a y .

Problema 4: Suma de poliedros

Sean P, Q dos poliedros en $\mathbb{R}^n$, definamos $R := \{(x, y) \in \mathbb{R}^n \times P | \exists z \in Q, x = y + z\}$. Muestre que R es un poliedro.