

Examen

Tiempo: 180 minutos

1. (45pts) Use sus conocimientos de teoría de juegos y no más de 4 líneas para responder las siguientes preguntas. Su respuesta no será evaluada si excede el límite o está escrita con letra ilegible.
 - a. (10pts) Usted se dispone a jugar un dilema del prisionero con un jugador que lo ha jugado en el pasado 100 veces con distintos jugadores. Usted jugará el dilema del prisionero una única vez. Su rival ha cooperado en 99 encuentros, y solo ha dejado de cooperar en una ocasión. Qué estrategia debiese usted jugar?
 - b. (15pts) Los Maghribis eran mercantes medievales que tenían representantes (o agentes) a quienes les consignaban sus bienes. No existían contratos (el sistema legal era virtualmente inexistente), por lo que un agente podía engañar a un mercante Maghribi sin que sistema legal alguno lo penalizara. Los Maghribis intercambiaban información sobre el desempeño de los agentes a través de un repositorio que contenía el comportamiento de los distintos agentes en el pasado. Cómo cree usted que es posible que exista interacción mutuamente beneficiosa entre los Maghribis y sus agentes? Explique.
 - c. (10pts) Pedro es averso al riesgo. Considere una lotería (lotería 1) que paga 200 con probabilidad $1/2$ y 0 con probabilidad $1/2$. Si Pedro debe decidir entre la lotería 1 y una lotería que paga 100 con probabilidad 1, ¿cual preferirá? ¿Cómo cambia su respuesta si Pedro debe decidir entre la lotería 1 y otra que paga 10 con probabilidad 1?
 - d. (10pts) Considere un juego de suma cero, esto es, dos jugadores $i = 1, 2$ deciden acciones $a_i \in A_i$ simultáneamente y las funciones de utilidad son $u_1(a_1, a_2) = -u_2(a_1, a_2)$. Es decir, lo que gana un jugador es exactamente lo que pierde el otro. (i) Muestre que matching pennies (visto en clases) es un juego a suma cero. (ii) Sea (a_1^*, a_2^*) un EN de un juego de suma zero. Muestre que para todo $a_1 \in A_1$ y todo $a_2 \in A_2$, $u_1(a_1, a_2^*) \leq u_1(a_1^*, a_2)$.
2. Considere una situación en la que un vendedor y un comprador deciden simultáneamente precios $p^c \geq 0$ y $p^v \geq 0$. El comprador valora el bien en θ^c mientras que el vendedor lo valora en θ^v . La transacción se realiza si $p^c \geq p^v$, y en ese caso el precio al que se transa es p^v . Suponga que las valoraciones θ^c y θ^v son conocimiento común, con $\theta^i \in [0, 1]$.
 - a. (5pts) Caracterice las transacciones socialmente eficientes.
 - b. (5pts) Muestre que si $\theta^v > \theta^c$, entonces existen al menos dos EN y ambos son eficientes.
 - c. (10pts) Muestre que si $\theta^v < \theta^c$, entonces existe un EN que alcanza el resultado en a.
 - d. (5pts) Pueden existir EN que no son eficientes cuando $\theta^v < \theta^c$?
En lo que sigue suponemos que las valoraciones son información privada y se distribuyen independiente y uniformemente en el intervalo $[0, 1]$
 - e. (10pts) Muestre que $p^c(\theta) = \theta$ es una estrategia óptima para el comprador.
 - f. (10pts) Encuentre un EB del juego. Es el equilibrio eficiente? Discuta
3. (45pts) Pedro y Juan juegan repetidamente el dilema del prisionero siguiente.

	<i>C</i>	<i>D</i>
<i>C</i>	1,1	$-1, 1 + g$
<i>D</i>	$1 + g, -1$	0,0

donde $g > 0$. El juego se repite infinitamente y el monitoreo es perfecto. Los jugadores no son igualmente pacientes: Pedro es más paciente que Juan. El factor de descuento de Pedro es δ_P mientras que el de Juan es δ_J .

- (5pts) Qué restricción sobre δ_P y δ_J capturaría el supuesto de que Pedro es más paciente que Juan? En lo que sigue, asuma esa restricción.
- (10pts) Defina una estrategia gatillo para cada jugador. Muestre que la estrategia gatillo es un EPS ssi $\min(\delta_J, \delta_P) > \frac{g}{1+g}$.
- (5pts) Explique por qué aun cuando Pedro es extremadamente paciente, es posible que no haya cooperación con estrategias gatillo.

En lo que sigue, suponga que el juego de etapa es ligeramente distinto. En cada etapa, Juan escoge entre C y D (como en el juego de arriba), pero Pedro no solo decide entre C y D si no que también decide entre hacer (H) y no hacer (NH) una transferencia igual a $w > 0$ a Juan. El espacio de acciones de Juan es $\{C, D\}$ y el espacio de acciones de Pedro es $\{C, D\} \times \{H, NH\}$. Los pagos son como sigue. Si Pedro escoge NH , entonces la utilidad de cada jugador es como en el dilema del prisionero anterior. Si Pedro escoge H , los pagos son como en el juego de arriba más la transferencia hecha o recibida. Por ejemplo, si el resultado del juego es que Pedro y Juan juegan $((C, H), D)$ (es decir, Pedro juega (C, H) y Juan juega D), entonces el vector de pagos es $(-1 - w, 1 + g + w)$.

- (10pts) Encuentre todas las estrategias estrictamente dominadas del juego descrito. Encuentre todos los ENEM.
 - (10pts) Defina estrategias gatillos en las cuales en cada etapa del camino del equilibrio se juegue $((C, H), C)$. Muestre que la estrategia gatillo es un EPS ssi $\delta_J \geq \frac{g}{1+w+g}$ y $\delta_P \geq \frac{w+g}{1+g}$.
 - (5pts) Explique el rol que tiene la transferencia w en sostener la cooperación. En particular, explique por qué, dados los parámetros del dilema del prisionero original, w no puede ser muy grande ni muy pequeño.
4. (45pts) Suponga que existe un agente (A) y un principal (P) ambos neutrales al riesgo. El principal necesita contratar al agente para trabajar en dos tareas $i = 1, 2$. El esfuerzo en la tarea i es denotado por $e_i \in \mathbb{R}_+$. El agente incurre en un costo privado de esforzarse igual a $c(e_1, e_2) = \frac{1}{2}(e_1^2 + e_2^2)$. El producto está dado por $y = t_1 e_1 + t_2 e_2 + \xi$. Sin embargo este es no contractible. Existe una medida de resultado $p = d_1 e_1 + d_2 e_2 + \phi$ en la cual un contrato puede ser escrito. ξ y ϕ tienen distribuciones conocidas, ambas con media igual a cero; i.e., $E(\xi) = 0$ and $E(\phi) = 0$. En particular, considere solo contratos lineales de la forma $w(p) = a + bp$. Dado lo anterior la utilidad del agente está dada por $U_A = w(p) - c(e_1, e_2)$ y la del principal por $U_P = y - w(p)$. La utilidad de reserva del agente es igual a $U = 0$.

- (5pts) Encuentre el perfil de esfuerzos socialmente óptimo; es decir, aquel que maximiza el bienestar agregado.
- (5pts) Encuentre el perfil de esfuerzos óptimo para el agente cuando el contrato puede ser basado en el producto; es decir, considere contratos de la forma $w(y) = a + by$.
- (10pts) Encuentre el contrato óptimo. Explique su resultado cuidadosamente.
- (5pts) Encuentre el perfil de esfuerzos óptimo para el agente para un contrato dado $w(p) = a + bp$.
- (10pts) Encuentre el contrato óptimo.
- (10pts) Explique cuidadosamente porque el perfil de esfuerzos óptimos bajo el contrato $w(y) = a + by$ difiere de el mismo bajo el contrato $w(p) = a + bp$. (Ayuda: hay dos dimensiones importantes: una es la escala de los parámetros y la otra es el nivel de alineación de ellos. La comparación en términos de alineación puede hacerse usando trigonometría básica.)