Problema 3

El sistema de Posicionamiento Global opera con el uso de información de una red de 24 satélites que describen una órbita circular alrededor de la Tierra, con un período de 12 horas.

a.- (1.5 ptos.) Calcule la altura sobre el radio de la tierra (R_T y g en la superficie de la tierra, son conocidos) a la que se encuentran estos satélites.

b.- (2 ptos) Se pide calcular la energía necesaria para poner estos satélites en órbita. Suponga que la puesta en órbita ocurre de la siguiente forma:

i) Primero se lanza verticalmente hasta alcanzar la altura requerida. (No considere la rotación de la Tierra).

ii) Luego, en un proceso que ocurre muy rápidamente, se le proporciona la energía cinética tangencial para que se mantenga en la órbita circular.

Calcula separadamente la energía mínima necesaria para realizar cada una de estas dos operaciones.

c.- (1,5 ptos.) Compare las energías necesarias para realizar cada uno de estos dos procesos. ¿Cuál de ellas es la que requiere más energía?

d.- (1 pto.) Si pudiésemos considerar la rotación de la Tierra en este lanzamiento, este hecho ¿disminuye o aumenta la cantidad de energía requerida para poner estos satélites en órbita? Dé una respuesta y justifíquela con argumentos físicos.

---

d) Se aprovecha el momento angular de la Tierra.

a) $-\frac{m v_s^2}{R} = -\frac{GMm}{R^2}$

$\Rightarrow \omega_s^2 R^3 = GM_T$ (Kepler)

$\boxed{1 \text{ pto}}$ $R = \left(\frac{GM_T}{\omega^2}\right)^{1/3} = \left(\frac{GM_T}{R_T^2}\frac{R_T^2}{4\pi^2}T^2\right)^{1/3}$

$R = \left(g\frac{R_T^2}{4\pi^2}\cdot T^2\right)^{1/3}$ $\quad T = 12$ horas

$\boxed{0.5 \text{ ptos}}$ $H = R - R_T = R_T\left[\left(\frac{g}{R_T\omega_s^2}\right)^{1/3} - 1\right]$

b) $\Delta U = -GMm\left[\frac{1}{R_T+H} - \frac{1}{R_T}\right]$

$\boxed{1 \text{ pto c/u}}$ $\Delta T = \frac{1}{2}m v_s^2 = \frac{GMm}{2R} = \frac{GMm}{2(R_T+H)}$

c) $\frac{\Delta U}{\Delta T} = \frac{2H}{R_T}$ $\quad \Delta U > \Delta T$ si $2H > R_T$

ó $\Delta U < \Delta T$ si ....

0.5

$\frac{g\cdot T_s^2}{R_T 4\pi^2} \simeq \frac{10\times 18,5\times 10^8}{6,4\times 10^6\cdot 40} \sim 0.7\times 10^2 \sim 70$

$\Delta U > \Delta T$.