

# Última Auxiliar

02/08/2013

Profesora: Francisca Guzmán.

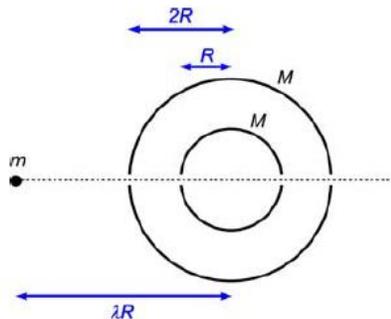
Auxiliares: Felipe Bugueño, Joaquín Fariña y Carlos Matamala.

**P1:** Una estación espacial está compuesta por dos cascarones esféricos concéntricos de radios  $R$  y  $2R$ . Ambos cascarones tienen masa  $M$  distribuida uniformemente y cada uno posee dos pequeños orificios. Los cuatro orificios son colineales sobre una recta que pasa por el centro de los cascarones. Una pequeña nave espacial de masa  $m$  está en reposo a una distancia  $\lambda R$  ( $\lambda \geq 2$ ) del centro de la estación, en línea con los orificios.

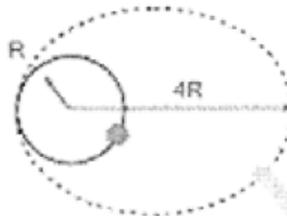
i) Grafique la fuerza que experimenta la nave en función de su distancia al centro de la estación espacial. En particular, indique los valores de la fuerza cuando la nave está a una distancia  $\lambda R$ ,  $2R$  y  $R$ .

ii) Grafique en forma cualitativa la posición de la nave en función del tiempo.

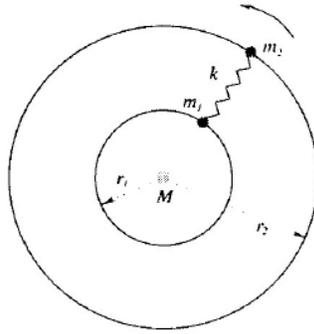
iii) Calcule el tiempo que demora la nave en cruzar el cascarón interno.



**P2:** Un planeta de masa  $M$  describe una órbita de radio  $R$  en torno al Sol. Un cometa de masa  $m$  se mueve en el mismo sentido del planeta, describiendo una órbita elíptica con perihelio  $R$  y afelio  $4R$  en torno al Sol. Cálculos astronómicos indican que, en un futuro cercano, el cometa chocará con el planeta. Si el choque es plástico, determine el valor del afelio de la órbita del sistema planeta-cometa.

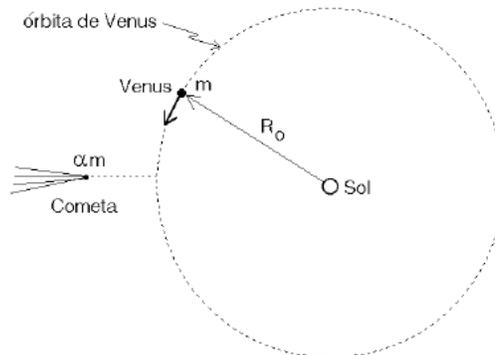


**P3:** Dos planetas de masas  $m_1$  y  $m_2$  giran en órbitas circulares de radio  $r_1$  y  $r_2$  respectivamente, en torno a un astro de masa  $M \gg m_1$  &  $m_2$ . Desprecie la interacción gravitacional entre las masas pequeñas y **encuentre la constante de rigidez  $k$**  de un resorte que, unido a ambos planetas en la configuración que se muestra en la figura, logre que giren con el mismo período. **Considere que el resorte tiene masa despreciable y largo natural nulo.**

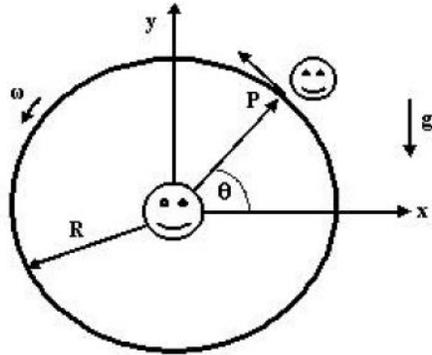


**P4:** Un cometa de masa  $\alpha m$  se dirige (“cae”) radialmente hacia el Sol. Observaciones astronómicas permiten establecer que la energía mecánica total del cometa es nula, es decir,  $E = 0$ . El cometa se estrella contra Venus, cuya masa es  $m$ . Supongamos además que la trayectoria de Venus es circular, de radio  $R_0$ . A consecuencia del choque, el cometa y Venus forman un solo astro que llamaremos Vennus.

- i) Calcule la rapidez  $v_0$  y el período de Venus antes de la colisión.
- ii) Calcule la energía mecánica de Venus en su órbita antes de chocar con el cometa.
- iii) Calcule la velocidad radial y el momento angular de “Vennus” inmediatamente después de la colisión.
- iv) Determine la energía mecánica de Vennus y expésela en términos de  $m$ ,  $\alpha$  y  $v_0$ .



**P5:** Penélope subió a la rueda gigante (vertical). La rueda tiene un radio  $R$  y gira con una velocidad angular constante  $\omega$ . Su hermana Alfonsina, se encuentra parada justo en el eje de la rueda y le pide a Penélope que le haga llegar unas llaves. Penélope obedece y las suelta en el punto  $P$ , indicado en la figura.



**i)** Respuesta cualitativa: Si la rueda gira lentamente ¿De qué posición Penélope debe dejar caer las llaves? Ahora, si gira rápidamente ¿De qué posición Penélope debe dejar caer las llaves? ¿En qué caso las llaves viajan por fuera o por dentro de la circunferencia?

**ii)** Considere que Penélope suelta las llaves en el punto  $P$  de la figura. Conociendo la velocidad angular  $\omega$  de la rueda, su radio  $R$  y la aceleración de gravedad  $g$ , encuentre el valor del ángulo  $\theta$  para el cual las llaves llegan efectivamente a las manos de Alfonsina. Conviene definir la cantidad adimensional  $\lambda = \frac{g}{\omega^2 R}$ , para simplificar expresiones.

**iii)** Compruebe cuantitativamente el punto **i**).