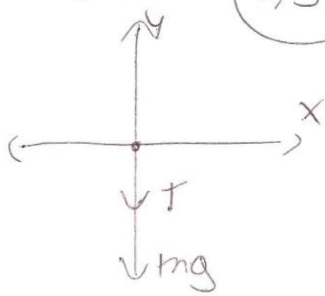
Pauta P1-C3-2013\1

a) Recordemos que para que la cuerda esté tensa es necesario que la Tensión sea mayor que 0, luego hay que hacer un DCL en la parte más alta de la circunferencia.

DCL (0,5)



$$\sum \vec{F}_y = m \cdot a_y$$

$$\Rightarrow -T - mg = -\frac{m V_{min}^2}{R}$$

$$\Rightarrow T = \frac{m V_{min}^2}{R} - mg \quad (0{,}5)$$

Luego imponiendo $T \geq 0$

$$\Rightarrow \boxed{V_{min}^2 = gR} \quad (1)$$

b) Para conocer la velocidad en un punto cualquiera usaremos la conservación de la energía. En particular en el punto más alto: (origen el centro del circulo)

$$\boxed{E = mgR + \frac{m V_m^2}{2} = \frac{3}{2} mgR} \quad (0{,}5)$$

pero

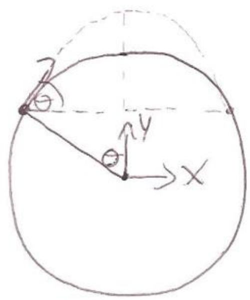
pero también

$$\boxed{E = mgR\cos\theta + \frac{m \cdot V_\theta^2}{2}}$$ 0,5

$$\Rightarrow \boxed{V_\theta^2 = 3gR - 2gR\cos\theta}$$ 1

1

c) Ahora para encontrar el θ que queremos debemos tener otra relación entre V_θ y $\cos\theta$.



Claramente, siendo "t" el tiempo de vuelo:

$\hat{y}\rfloor$ $\quad V(t') = V_\theta \cdot \operatorname{sen}\theta - g t'$

$$\Rightarrow V\left(\tfrac{t}{2}\right) = 0 \Rightarrow \boxed{t = \frac{2V_\theta \cdot \operatorname{sen}\theta}{g}}$$

$\hat{x}\rfloor$ $\quad \boxed{2R\operatorname{sen}\theta = V_\theta \cdot \cos\theta \cdot t} \longrightarrow$ 0,5

$$\Rightarrow \cancel{2} R \cancel{\operatorname{sen}\theta} = V_\theta \cdot \cos\theta \cdot \frac{\cancel{2} V_\theta \cancel{\operatorname{sen}\theta}}{g}$$

2

$$\Rightarrow \boxed{V_\theta^2 = \frac{gR}{\cos\theta}}$$ 0,5

que es la otra relación entre θ y $\cos\theta$ que necesitabamos.

con esto, reemplazando (2) en (1)

$$\frac{gR}{\cos\theta} = 3gR - 2gR\cos\theta \quad /\cdot\cos\theta$$

$$\Rightarrow \cancel{gR}^{1} = 3\cancel{gR}\cos\theta - 2\cancel{gR}\cos^2\theta$$

$$\Rightarrow 2\cos^2\theta - 3\cos\theta + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (2\cos\theta - 1)(\cos\theta - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \underbrace{\cos\theta = \frac{1}{2}} \quad \vee \quad \cos\theta = 1$$

1