

Pauta Auxiliar 6 – Pregunta 5

Profesora: Mónica García-Ñustes
 Auxiliares: Yair Zárate, Cristián Jáuregui, Juan Pablo Vargas

Fecha: 12/05/2013

Pregunta 5

La condición para que ambos cubos se despeguen es que la “normal” entre ambos se haga cero. El DCL de ambos cuerpos sería el siguiente:



La fuerza que siente cada bloque en el eje vertical sería la siguiente (hacia abajo es positivo):

$$F_m = m \cdot a_m = mg - N$$

$$F_M = M \cdot a_M = Mg + N - F_R = Mg + N + k\Delta y$$

Ahora hay que notar que, como la masa unida al resorte está colgando (hay un peso), el punto de equilibrio no estará en $y = L$, sino en el punto donde las fuerzas se anulan.

Analizando el caso cuando ambas masas se encuentran quietas en el equilibrio, tenemos:

$$F_m = mg - N = 0 \quad \rightarrow \quad N = mg$$

$$F_M = Mg + N + k\Delta y = 0$$

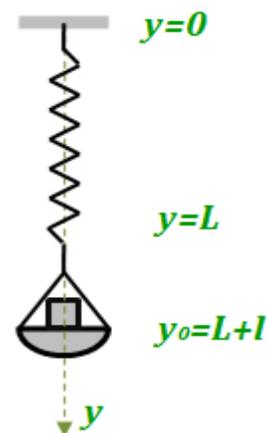
$$0 = Mg + mg - kl$$

$$kl = (M + m)g$$

$$l = (M + m)g / k$$

El nuevo punto de equilibrio es: $y_0 = L + l = L + (M + m)g / k$.

En torno a este punto oscilarán ambas masas.



Si las masas se mueven solidariamente en un movimiento armónico de amplitud A (desconocido), el momento en que es más probable que se separen las masas es cuando el resorte esté lo más comprimido posible ($y = y_0 - A$), ya que en ese momento la aceleración que siente el plato es máxima, y su valor es:

$$a_M = \frac{Mg + N - k(y - L)}{M} = \frac{Mg + N - k((y_0 - A) - L)}{M} = \frac{Mg + N - k(l - A)}{M}$$

(Cuidado con los signos: En este caso todas las fuerzas empujan al plato hacia abajo).

Si consideramos que en este instante la normal entre ambos cuerpos se anula, y que la aceleración de ambos cuerpos es la misma (ya que con un A levemente mayor se separarían), entonces:

$$a_M = a_m$$

$$\frac{Mg + N + kA - kl}{M} = \frac{mg - N}{m}$$

$$\frac{Mg + kA - kl}{M} = \frac{mg}{m}$$

$$m(Mg + kA - kl) = M(mg)$$

$$mMg + mkA - mkl = mMg$$

$$mkA - mkl = 0$$

$$A = l = \frac{g}{k}(M + m)$$

Esto quiere decir que la mayor amplitud del movimiento es igual a lo que se desplazó el punto de equilibrio. ¿Por qué es así? Nosotros sabemos que, sometidas únicamente a la gravedad, las dos masas tendrían la misma aceleración g siempre. Acá, si el resorte se contrae más que su largo natural L , entonces empujará al plato hacia abajo, dándole una aceleración mayor que g . Como la masa m no está pegada, caería más lento y se separarían. Como consecuencia, para que las masas no se despeguen, el resorte siempre tiene que estar “estirado” ($y > L$). Es por esto que la máxima amplitud debe ser l , que es la distancia entre el “nuevo” y el “viejo” punto de equilibrio.