

MA1102 Semestre Verano 2012

Prof. Cátedra: Flavio Guíñez **Prof. Auxiliar:** César Vigouroux

Auxiliar # 10

Lunes 16 de enero de 2013

- P1.** a) Sean $A, B \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$, con A invertible. Muestre que si λ es valor propio de AB , entonces λ es valor propio de BA .
- b) Sea $A \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$ una matriz diagonalizable y tal que $A^k = 0$ para cierto $k \in \mathbb{N}$. Encuentre A explícitamente (justifique).
- c) Sean $A, B \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$ matrices diagonalizables y con igual base de vectores propios $\beta = \{v_1, \dots, v_n\}$. Si $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ son los valores propios de A y μ_1, \dots, μ_n los de B , ie, $Av_i = \lambda_i v_i$ y $Bv_i = \mu_i v_i, \forall i \in \{1, \dots, n\}$, encuentre los valores propios de $A^3 + 2B$.

- P2.** Sea $A = PDP^{-1} \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$ con D diagonal, P invertible. Suponga que 1 y -1 NO son valores propios de A . Demuestre que para todo $k \in \mathbb{N}$ la matriz

$$B = I + A + \dots + A^k = \sum_{i=0}^k A^i$$

es invertible y determine explícitamente su inversa.

- P3.** Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encuentre matrices P invertible y D diagonal tales que $A = PDP^{-1}$

- P4.** Considere la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 8 & -12 & -8 & 12 & -24 \\ 12 & -10 & -12 & -8 & 0 & 12 \\ 0 & 12 & -6 & 0 & 12 & -36 \\ 12 & -4 & -12 & -14 & 0 & 12 \\ 24 & 4 & -24 & -16 & 6 & -12 \\ 12 & -4 & -12 & -8 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

Se sabe que A es diagonalizable y que sus valores propios son -6 y 6 .

- (i) Encuentre una base del subespacio propio asociado al valor propio -6 (esto es, una base de $\ker(A + 6I)$) y determine la dimensión de los subespacios propios asociados a ambos valores propios.
- (ii) Encuentre una matriz diagonal D similar a A , es decir, tal que $A = PDP^{-1}$, con P invertible.
- (iii) Encuentre el polinomio característico de A , es decir, $P_A(\lambda)$.
- (iv) Justifique por qué A es invertible.
- (v) Encuentre una matriz D' similar a A^{-1} .