MA1102, Álgebra Lineal - Semestre Verano 2012
Prof. Cátedra: Flavio Guíñez **Prof. Auxiliar:** César Vigouroux

Auxiliar # 4

Miércoles 26 de Diciembre

$\boxed{\text{P1.}}$ Un conjunto $\{x_1, \dots, x_r\} \subset \mathbb{R}^n$ se dice ortogonal si $\forall i, j \leq r, i \neq j, < x_i, x_j >= 0$. Sea $\{x_1, \dots, x_r\}$ $(r < n)$ un conjunto ortogonal que cumple además $\|x_i\| = 1$ $\forall i$.

Se define

$$x_{r+1} = y - \sum_{k=1}^{r} < y, x_k > x_k,$$

con $y \in \mathbb{R}^n$. Pruebe que $\{x_1, \dots, x_{r+1}\}$ es ortogonal.

$\boxed{\text{P2.}}$ Sean P y Q dos puntos en $\mathbb{R}^3$. Demuestre que el conjunto $\Pi = \{x \in \mathbb{R}^3 : \|x - P\| = \|x - Q\|\}$ es un plano. Encuentre un punto que pertenezca a Π y un vector que sea normal a Π.

$\boxed{\text{P3.}}$ Sean los vectores $a = (1, 1, \cdots, 1)$ y $b = (1, 2, 3, \cdots, n) \in \mathbb{R}^n$ con ángulo θ_n entre ellos. Calcule el líŋmite cuando $n \to \infty$ de θ_n.

$\boxed{\text{P4.}}$ Sea Π_1 el plano de ecuación $x + y + 2z = 1$, Π_2 el plano de ecuación $-x + y = 2$ y L_1 la recta que pasa por el punto $P_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ y cuya dirección es $D_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$.

(i) Encuentre la ecuación de la recta L_2, que se obtiene como la intersección de los planos Π_1 y Π_2. Entregue un vector director de dicha recta.

(ii) Encuentre el punto P_2 de la intersección de la recta L_1 y Π_1.

(iii) Calcular el punto P_3 de intersección de L_2 con el plano perpendicular a L_2 que pasa por el punto P_2.

(iv) Encuentre la ecuación paramétrica o vectorial de la recta contenida en Π_2 que pasa por el punto P_3 y es perpendicular a L_2.