MA2002 - Cálculo Avanzado y Aplicaciones. Semestre 2012-2.
Profesor: Mauricio Duarte
Auxiliar: Ignacio Vergara

Auxiliar 13

Martes 20 de Noviembre de 2012

P1.- Encuentre una solución para el siguiente problema:

$$\begin{array}{rcll} y_{tt} - y_{xx} & = & 4\sin(2x), & 0 < x < \pi, \quad t > 0, \\ y(0,t) & = & y(\pi,t) = 0 & t > 0, \\ y(x,0) & = & 0, & 0 < x < \pi, \\ y_t(x,0) & = & \pi - x, & 0 < x < \pi. \end{array}$$

Ind: Considere el cambio $u(x,t) = y(x,t) - \sin(2x)$.

P2.- Considere la siguiente EDP:

$$u_t = 2u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi,$$

bajo las condiciones de borde

$$u(0,t) = 0 \quad u(\pi,t) = \pi, \quad t > 0,$$

junto con la condición inicial

$$u(x,0) = \begin{cases} 1 + x & x \in (0, \frac{\pi}{2}) \\ \frac{3}{2} + x & x = \frac{\pi}{2} \\ 2 + x & x \in (\frac{\pi}{2}, \pi) \end{cases}$$

Encuentre una solución no trivial de este problema, expresada en serie infinita.
Ind: Considere $y(x,t) = u(x,t) - x$ y escriba la EDP, las CB y la CI satisfechas por esta función.
Recuerde además que en la Auxiliar 10 se demostró que la serie $S(x) = \sum_{k \geq 1} \frac{2}{k\pi} \left(1 + \cos\left(\frac{k\pi}{2}\right) - 2(-1)^k \right) \text{sen}(kx)$ satisface

$$S(x) = \begin{cases} 1 & x \in (0, \frac{\pi}{2}) \\ \frac{3}{2} & x = \frac{\pi}{2} \\ 2 & x \in (\frac{\pi}{2}, \pi) \end{cases}$$