MA2002 - Cálculo Avanzado y Aplicaciones. Semestre 2012-2.
Profesor: Mauricio Duarte
Auxiliar: Ignacio Vergara

Auxiliar 10

Martes 23 de Octubre de 2012

P1.- a) Dada la función $f(x) = |x|$, encuentre:

i) Su serie de Fourier en el intervalo $[-\pi, \pi]$.

ii) Su desarrollo en serie de senos en $[0, \pi]$.

iii) Su desarrollo en serie de cosenos en $[0, \pi]$.

b) A partir de lo anterior demuestre que

$$\sum_{n\geq 0} \frac{1}{(2n+1)^2} = \frac{\pi^2}{8}$$

P2.- Encuentre la serie de Fourier en senos de la función f definida en $[0, \pi]$ por

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in [0, \pi/2] \\ 2 & \text{si } x \in (\pi/2, \pi] \end{cases}$$

Discuta la convergencia puntual de dicha serie en relación al valor de $f(x)$ para cada $x \in [0, \pi]$.

P3.- Demuestre que

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\operatorname{sen}((2n+1)x)}{2n+1} = \frac{\pi}{4} \qquad \forall x \in (0, \pi)$$

Ind: Note que la expresión del lado izquierdo es la serie de Fourier de una función impar.

P4.- Demuestre que la transformada de Fourier de $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ es $\hat{f}(s) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} e^{-|s|}$ y encuentre la transformada de Fourier de $g(x) = \frac{x}{(1+x^2)^2}$.