Pauta p2 a

De la figura se deduce que f se expresa como:

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \dfrac{x}{\pi} & \text{si } 0 \le x \le \pi \\ \\ 1 + \dfrac{x}{\pi} & \text{si } -\pi \le x < 0 \end{cases}$$

Notamos que f es par (por simetría en la figura respecto al eje y, o verificando que $f(-x) = f(x)$), luego la serie de Fourier queda expresada en cosenos:

$$S_f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n cos(nx)$$

donde

$$a_0 = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)dx = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} f(x)dx = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi}\Big(1 - \frac{x}{\pi}\Big)dx = \frac{2}{\pi}\Big(\pi - \frac{1}{\pi}\frac{\pi^2}{2}\Big) = 1$$

y

$$\begin{aligned} a_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)cos(nx)dx &= \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi}\Big(1 - \frac{x}{\pi}\Big)cos(nx)dx \\ &= \frac{2}{\pi}\Big[\int_0^{\pi} cos(nx)dx - \int_0^{\pi}\frac{x}{\pi}cos(nx)dx\Big] \end{aligned}$$

e integrando por partes queda:

$$\frac{2}{\pi}\Big[\frac{sen(nx)}{n}\Big|_0^{\pi} - \frac{1}{\pi}\Big(\frac{xsen(nx)}{n}\Big|_0^{\pi} - \frac{1}{n}\int_0^{\pi} sen(nx)dx\Big)\Big]$$
$$\frac{2}{\pi}\Big[0 - \frac{1}{\pi}\Big(0 - \frac{1}{n^2}cos(nx)\Big|_0^{\pi}\Big)\Big] = \frac{2}{n^2\pi^2}(1 - (-1)^n)$$

y así se tiene que

$$a_n = \begin{cases} 0 & \text{si } n \text{ es par} \\ \dfrac{4}{n^2\pi^2} & \text{si } n \text{ es impar} \end{cases}$$

Puntajes: (1 Punto) por entender que la serie solo tiene cosenos, al tener una función par.
(2 Puntos) por calcular los coeficientes.